Práctico 2 – Relaciones – parte 2

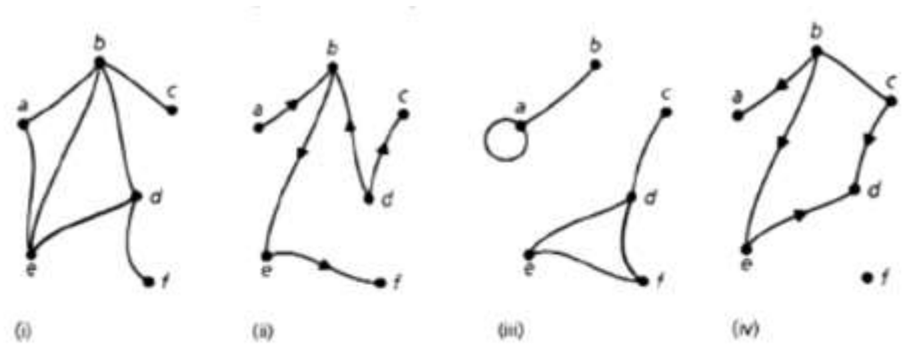
1) Considera las matrices asociadas a las relaciones R_1, R_2 y R_3 sobre el conjunto A={ 1, 2, 3, 4} que siguen:

$$M_{R_1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_{R_2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_{R_3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

   a) Expresa por extensión cada una de las relaciones.
   b) Investiga si las relaciones son reflexivas, simétricas, antisimétricas o transitivas.
   c) Traza los dígrafos asociados a cada relación.

2) Cada grafo de la figura adjunta representa una relación R sobre $A = \{a, b, c, d, e, f\}$.

Determina la relación R, en cada caso, así como su matriz de relación asociada.



3) Sean R_1 y R_2 dos relaciones sobre el conjunto A={a, b, c} representadas por las matrices:

$$M_{R_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad M_{R_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

   a) Investiga si son relaciones de equivalencia.
   b) Escribe la Matriz asociada a cada una de las siguientes relaciones:
   $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$ y $R_1 - R_2$

4) Sean $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y $R_1 = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 3), (4, 4)\}$

   a) Comprueba que R es una relación de equivalencia.
   b) Representa el grafo dirigido de R y halla las clases de equivalencia.
   c) ¿Cuál es la partición que induce R sobre A?

5) Sean A ={1, 2, 3, 4, 5, 6} y R 1 ={(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 4), (5, 5), (6, 6)}.

   a) Verifica que R es una relación de equivalencia.
   b) Determina las clases [1], [2] y [3].
   c) ¿Qué partición de A induce R?

Considera la relación *R* sobre el conjunto de todas las cadenas de bits tal que *aRb* si y sólo si, las cadenas *a* y *b* contienen el mismo número de unos.

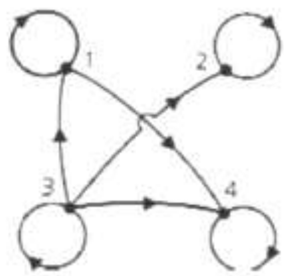
a) Demuestra que *R* es una relación de equivalencia.
b) Describe la clase de equivalencia de la cadena de bits 011.

6) Considera sobre el subconjunto *D* = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} de números enteros, la relación de equivalencia *R* definida como *aRb* si y sólo si, $a - b = \dot{4}$. Halla la matriz asociada a la relación, las clases de equivalencia y el conjunto cociente *D*/ *R*.

7) Sea la relación R sobre el conjunto A ={1, 3, 9, 27} definida como aRb si y sólo si,b|a.
a) Determina la relación R y comprueba que se trata de una relación de orden parcial.
b) Traza el diagrama de Hasse para el conjunto parcialmente ordenado (A, R).

8) a) Igual que en ejercicio 8, pero considerando el conjunto A ={2, 3, 5, 7}.
b) Igual que antes, pero considerando el conjunto A ={2, 3, 5, 6, 7, 11, 12, 35, 385}.

10) El que se adjunta, es el grafo dirigido de una relación R sobre el conjunto *A* ={1, 2, 3, 4}.
a) Verifica que (*A*, *R*) es un conjunto parcialmente ordenado y dibuja su diagrama de Hasse.
b) ¿Cuántas aristas dirigidas más se necesitan en la figura para extender (*A*, *R*) a un orden total?



Bibliografía:

-Rosen, Kenneth – Matemática Discreta y sus aplicaciones. Ed. Mc Graw Hill

-Grimaldi, Ralph – Matemáticas Discreta y Combinatoria. Ed. Addison-Wesley Iberoamericana

-Ross, Kenneth – Matemáticas Discretas. Ed. Prentice Hall

-Jiménez Murillo, José – Matemáticas para la Computación. Ed Alfaomega

-Sitio Web: www.fing.edu.uy/tecnoinf