Práctico 6 - Funciones Booleanas

Representación de Funciones Booleanas

Toda función booleana se puede representar mediante una suma booleana de productos booleanos de variables y variables complementadas. Por lo tanto, toda función booleana se puede representar utilizando los tres operadores booleanos: +, • y $\overline{}$.

Desarrollo de suma de productos o forma normal disyuntiva.

Toda función booleana se puede representar como suma de productos.

A partir de los valores, obtener la expresión booleana.

Ejemplo

x	y	z	F	G
1	1	1	0	0
1	1	0	0	1
1	0	1	1	0
1	0	0	0	0
0	1	1	0	0
0	1	0	0	1
0	0	1	0	0
0	0	0	0	0

Para representar F, necesitamos una expresión que valga 1 cuando $x = z = 1$ e $y = 0$ y que valga 0 en otro caso. Esta, se construye mediante un producto booleano: $F(x, y, z) = x\bar{y}z$.

Para G: $G(x, y, z) = xy\bar{z} + \bar{x}y\bar{z}$

Literal: es una variable booleana o una variable booleana complementada.

Minitérmino en las variables booleanas $x_1, \ldots, x_n$ es un producto booleano de n literales y vale 1 para una sola combinación de sus variables.

Entonces dada una función booleana, se puede construir una suma booleana de minitérminos que valga 1 cuando esta función booleana vale 1 y 0 cuando la función valga 0.

Ejercicios

1) Calcula el producto booleano de las variables x, y, z o de sus complementos que valga 1 si y solo si:

   a) $x = y = 0, z = 1$

   b) $x = 0, y = 1, z = 0$

   c) $x = 0,\ y = z = 1$

   d) $x = y = z = 0$

2) Halla la forma normal disyuntiva de las funciones booleanas siguientes

   a) $F(x, y) = \bar{x} + y$

b) $F(x, y) = x\bar{y}$

c) $F(x, y) = \bar{y}$

d) $F(x, y, z) = x + y + z$

e) $F(x, y, z) = (x + z)y$

f) $F(x, y, z) = x$

g) $F(x, y, z) = x\bar{y}$

Otra forma de hallar una expresión booleana que representa una función booleana es la forma normal conjuntiva que consiste en construir un producto cuyos factores son sumas de literales.

3) Halla una suma booleana que a x o $\bar{x}$, y o $\bar{y}$, a z o $\bar{z}$ y que valga 0 si y solo si:

a) $x = y = 1,\ z = 0$

b) $x = y = z = 0$

c) $x = z = 0,\ \ y = 1$

4) Calcula la forma normal conjuntiva del ejercicio 2.

<u>Completitud funcional</u>

Como toda función booleana se puede representar utilizando el conjunto de operadores {+, •, ¯ }

Si usamos las leyes de De Morgan, podemos eliminar todas las sumas booleanas: $x + y = \overline{\bar{x}\,\bar{y}}$

Y para eliminar los productos, usamos $xy = \overline{\bar{x} +\ \bar{y}}$

Entonces {+, ¯ } es funcionalmente completo, {•, ¯ } también lo es.

5) Expresa las siguientes funciones booleanas utilizando los operadores i) •, ¯ ii) +, ¯

a) $F(x, y, z) = x + \bar{y}(\bar{x} + z)$

b) $F(x, y, z) = (\overline{x + \bar{y}})$

c) $F(x, y, z) = \bar{x}(x + \bar{y} + z)$

Podemos considerar dos nuevos operadores funcionalmente completos: NAND | y NOR ↓

x	y	NAND |	NOR ↓
1	1	0	0
1	0	1	0
0	1	1	0
0	0	1	1