Práctico 7 - CONJUNTOS INDUCTIVOS

Referencia para teórico: https://www.fing.edu.uy/inco/cursos/logica/teorico/2011/02_11_Induccion.pdf

1) Considere el conjunto $U = \mathbb{R}$. Dé una definición alternativa (por comprensión, por extensión o si es un conjunto conocido dar su nombre) de los siguientes conjuntos definidos inductivamente:

a) Sea A el conjunto definido inductivamente por las cláusulas:

- i. $1 \in A$,
- ii. Si $n \in A$ entonces $(n+2) \in A$.
- iii. Estos son todos los elementos del conjunto.

b) Sea B el conjunto definido inductivamente por las cláusulas:

- i. $1 \in B$,
- ii. $3 \in B$,
- iii. Si $n \in B$ entonces $(n+2) \in B$.
- iv. Estos son todos los elementos del conjunto.

c) Sea C el conjunto definido inductivamente por las cláusulas:

- i) $9 \in C$,
- ii) Si $n \in C$ entonces $(n+3) \in C$,
- iii) Si $n \in C$ entonces $(n-3) \in C$.
- iv) Estos son todos los elementos del conjunto.

2) Para cada uno de los conjuntos anteriores dé 3 elementos que pertenezcan al conjunto y justifique su pertenencia en términos de la aplicación de las cláusulas. Dé también 3 elementos que no pertenezcan al conjunto.

¿Cuál es el menor número de aplicaciones de reglas que se efectúan para construir el 9 en el conjunto A ? y cuántas en el conjunto B ?

3) a) Definir inductivamente el conjunto de los naturales múltiplos de 6 (o sea $\{0, 6, 12, \dots\}$).

b) Definir inductivamente el conjunto de los enteros múltiplos de 6.

4) a) Defina inductivamente el lenguaje Σ^* sobre el alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$.

b) Defina inductivamente el lenguaje Σ^* sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$.

5) Defina inductivamente los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$:

- a) El lenguaje $\{\varepsilon, c, c c, c c c, c c c c, \dots\}$
- b) El lenguaje $\{c, c c, c c c, c c c c, \dots\}$
- c) El lenguaje $\{\varepsilon, ab, a abb, a a a bbb, \dots\}$
- d) El lenguaje $\{bc, b cbc, bcb cbc, \dots\}$
- e) El lenguaje de las palabras que comienzan con la letra b .
- f) El lenguaje de las palabras que terminan con la letra a .
- g) El lenguaje de las palabras que tienen una sola letra c .
- h) El lenguaje de las palabras que son palíndromos.
- i) El lenguaje de las palabras que tienen una sola letra a , ninguna letra b y la misma cantidad de letras c , antes y después de la letra a .

6) Sea $\Sigma = \{a, b\}$. Sea $\Delta \subseteq \Sigma^*$ definido inductivamente por las cláusulas:

- i. $\varepsilon \in \Delta$
- ii. Si $\alpha \in \Delta$ entonces $\alpha bb \in \Delta$.
- iii. Si $\alpha \in \Delta$ entonces $\alpha a \in \Delta$.
- iv. Estos son todos los elementos del conjunto.

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas? Justifique su respuesta en términos de la aplicación de las cláusulas.

1) $a \in \Delta$	4) $bbabb \in \Delta$	7) $aaaaa \in \Delta$
2) $b \in \Delta$	5) $abba \in \Delta$	8) $bbaabb \in \Delta$
3) $c \in \Delta$	6) $bbbabbb \in \Delta$	

7) Sea $\Sigma = \{a, b\}$. Sea $\Delta_2 \subseteq \Sigma^*$ definido inductivamente por las cláusulas:

- i. $a \in \Delta_2$
- ii. Si $\alpha \in \Delta_2$ entonces $b\alpha b \in \Delta_2$.
- iii. Si $\alpha \in \Delta_2$ entonces $\alpha a \in \Delta_2$.
- iv. Estos son todos los elementos del conjunto.

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas? Justifique su respuesta en términos de la aplicación de las cláusulas.

1) $b \in \Delta_2$	4) $bab \in \Delta_2$
2) $ba \in \Delta_2$	5) $babab \in \Delta_2$
3) $aba \in \Delta_2$	6) $bbabb \in \Delta_2$

8) Sea $\Sigma = \{a, b, c\}$. Sea $\Delta_3 \subseteq \Sigma^*$ definido inductivamente por las cláusulas:

- i. $\varepsilon \in \Delta_3$
- ii. Si $\alpha \in \Delta_3$ entonces $b\alpha c \in \Delta_3$.
- iii. Si $\alpha \in \Delta_3$ entonces $b\alpha a \in \Delta_3$.
- iv. Estos son todos los elementos del conjunto.

Escriba 5 palabras que pertenezcan a Δ_3 y 3 que no pertenezcan.

9) Defina inductivamente los siguientes conjuntos:

- a) $\Delta_4 = \{\varepsilon, ab, aabb, aaabbb, aaaabbbb, \dots\}$
- b) $\Delta_5 = \{\alpha \in \{a, b\}^* / \alpha \text{ tiene igual número de } a \text{ que de } b\}$
- c) $\Delta_6 = \{\alpha \in \{1, 2, 3\}^* / \alpha \text{ es capicúa}\}$

Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones es verdadera:

$$\Delta_4 \subseteq \Delta_5 \quad \Delta_5 \subseteq \Delta_4 \quad \Delta_4 = \Delta_5$$

10) Sea $\Sigma = \{a, b, c\}$. Sea $\Delta_7 \subseteq \Sigma^*$ definido inductivamente por las cláusulas:

- i) $\varepsilon \in \Delta_7$
- ii) Si $\alpha \in \Delta_7$ entonces $b\alpha bc \in \Delta_7$.
- iii) Si $\alpha \in \Delta_7$ y entonces $b\alpha ba \in \Delta_7$.
- iv) Estos son todos los elementos del conjunto.

- Dé 5 palabras de Σ^* que pertenezcan a Δ_7

- Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas? Justifique su respuesta:

- b. Si $\alpha \in \Delta_7$ entonces $\text{long}(\alpha) > 0$.
- c. Si $\alpha \in \Delta_7$ entonces $\text{long}(\alpha)$ es par.
- d. Si $\alpha \in \Delta_7$ entonces $\text{long}(\alpha)$ es impar.
- e. Si $\alpha \in \Delta_7$ entonces $\text{long}(\alpha)$ es múltiplo de 3.
- f. Si $\alpha \in \Delta_7$ entonces α tiene al menos el doble de b que de a.
- g. Si $\alpha \in \Delta_7$ entonces α tiene el mismo número de a que de c.

11) Sea $\Sigma = \{a, b, c\}$. Sea $\Delta_8 \subseteq \Sigma^*$ definido inductivamente por las cláusulas:

- i) $a \in \Delta_8$
- ii) $\varepsilon \in \Delta_8$
- iii) Si $\alpha \in \Delta_8$ y $\beta \in \Delta_8$ entonces $b\alpha c\beta b \in \Delta_8$.
- iv) Estos son todos los elementos del conjunto.

- Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?

$$bcb \in \Delta_8 \quad bacab \in \Delta_8 \quad bcbcb \in \Delta_8 \quad bcbcbcbcb \in \Delta_8$$

- Dé 5 palabras de Σ^* que pertenezcan a Δ_8 y 3 que no pertenezcan.