Sustitución, convenciones sintácticas y modelado del lenguaje natural

Sustitución

Diremos que $\alpha[\varphi / p_i]$ es la palabra que se obtiene de sustituir todas las ocurrencias de p_i por la palabra φ en la palabra α. Esto se podría leer como "*α con φ en lugar de p_i*".

Podemos definir formalmente la sustitución como una función recursiva:

Sea $P = \{p_0, p_1, p_2, ...\}$

La función de sustitución, $\_[\_/\_]: PROP \times PROP \times P \to PROP$ queda definida por las ecuaciones:

i. $\perp[\varphi / p_i] = \perp$

ii. $p_j[\varphi / p_i] = \begin{cases} \varphi & (i = j) \\ p_j & (i \neq j) \end{cases}$

iii. $(\alpha \oplus \beta)[\varphi / p_i] = (\alpha[\varphi / p_i] \oplus \beta[\varphi / p_i]) \qquad \oplus \in \{\wedge, \vee, \to, \leftrightarrow\}$

iv. $(\neg\alpha)[\varphi / p_i] = (\neg\alpha[\varphi / p_i])$

Convenciones sintácticas

Para simplificar la sintaxis, admitiremos la omisión de paréntesis alrededor de la negación y de los conectivos binarios, y estableceremos las siguientes reglas de precedencia:

- $\neg$ tiene mayor precedencia que $\wedge$
- $\wedge$ tiene mayor precedencia que $\vee$
- $\vee$ tiene mayor precedencia que $\to$
- $\to$ y $\leftrightarrow$ tienen igual precedencia
- Los conectivos de igual precedencia se asocian a la derecha

Esto significa que la frase $p_0 \vee p_1 \to p_1 \to p_1 \wedge p_0$ es equivalente a $(p_0 \vee p_1) \to (p_1 \to (p_1 \wedge p_0))$

Modelado del lenguaje natural

Las proposiciones simples se traducen como letras de proposición, por ejemplo:

n es múltiplo de 4	p_0
n es par	p_1

Las proposiciones compuestas se traducen utilizando los conectivos

Si n es múltiplo de 4, entonces n es par	$p_0 \to p_1$

Observación:

Hay algunas frases que no podemos modelar con $PROP$, por ejemplo:

- Hay un número natural que es par
- Todo natural par se puede representar como la suma de dos naturales iguales