Práctico 11

1) Demostrar: $r\wedge(p\vee q)$ $p\vee q$ $q\to r$ $p\to t$ $\neg t$	2) Demostrar: t $p\vee\neg r$ $\neg r\to s$ $p\to t$ $\neg s$	3) Demostrar: s $p\to q$ $q\to\neg r$ r $p\vee(t\wedge s)$
4) Demostrar: $(a\vee b)$ $p\vee q$ $(p\vee q)\to\neg r$ $\neg r\to (s\wedge\neg t)$ $(s\wedge\neg t)\to a\vee b$	5) Demostrar: d $(a\to b)\wedge(a\to c)$ $\neg(b\wedge c)$ $d\vee a$	6) Demostrar: $b\wedge g$ $a \leftrightarrow b$ $a \vee c$ $c \to d$ $\neg d$ $f \wedge g$
7) Demostrar t $p \to(q\wedge r)$ $(q\vee s)\to t$ $p\vee s$	8) Demostrar $(s\to r)$ $q\wedge\neg r$ $p\vee\neg s$ q	9) Demostrar $(r\wedge s)$ $c \wedge d$ $c \wedge d\to h$ $h\to a\wedge b$ $a\wedge b\to r\wedge s$
10) Demostrar r $p\to q$ $q\to r$ p	11) Demostrar $\neg(d\vee\neg a)$ $c \leftrightarrow d$ $\neg c$ a	12) Demostrar $\neg p$ $\neg(p\wedge q)$ $p\to r$ $q\vee\neg r$

Complete las siguientes demostraciones formales, dando las explicaciones a cada paso:

A) Demostrar $\neg(p\vee\neg q)$ Demostración 1. $r \leftrightarrow p$ 2. $\neg r$ 3. q 4. $(r\to p) \wedge (p\to r)$ 5. $p\to r$ 6. $\neg p$ 7. $\neg p \wedge q$ 8. $\neg(p \vee \neg q)$	B) Demostrar $\neg s$ 1. $\neg(s\wedge t)$ 2. $s\to r$ 3. $t\vee\neg r$ 4. s 5. $\neg s\vee\neg t$ 6. $\neg t$ 7. $\neg r$ 8. r 9. $r \wedge\neg r$ 10. $s\to r\wedge\neg r$ 11. $\neg s$

LEYES - El $\leftrightarrow$ es tautológico.

Conmutativas $\frac{a \wedge b}{b \wedge a}$ $\frac{a \vee b}{b \vee a}$	Asociativas $\frac{(a \wedge b) \wedge c}{a \wedge (b \wedge c)}$ $\frac{(a \vee b) \vee c}{a \vee (b \vee c)}$
Absorción (Abs) $\frac{a \rightarrow b}{a \rightarrow (a \wedge b)}$	Doble Negación (DN) $\frac{\neg\neg a}{a}$
Simplificación Disyuntiva (S) $\frac{a \vee a}{a}$	Implicación Material (Impl) $\frac{a \rightarrow b}{\neg a \vee b}$
Distributivas $\frac{(a \wedge b) \vee c}{(a \vee c) \wedge (b \vee \mathbf{c})}$ $\frac{(a \vee b) \wedge c}{(a \wedge c) \vee (b \wedge \mathbf{c})}$	Leyes de De Morgan (LDM) 1. Cambiar $\wedge$ por $\vee$, o $\vee$ por $\wedge$ 2. Negar cada miembro 3. Negar la fórmula completa
Ley del Contrarrecíproco (CR) $\frac{a \rightarrow b}{\neg \mathbf{b} \rightarrow \neg a}$	Exportación (Exp) $\frac{(a \wedge b) \rightarrow c}{a \rightarrow (b \rightarrow c)}$
Negación del Condicional (NC) $\frac{\neg (a \rightarrow b)}{a \wedge \neg b}$	Leyes de Proposiciones Bicondicionales (LB) $\begin{array}{l} a \rightarrow b \\ b \rightarrow a \\ \hline a \leftrightarrow b \end{array}$ $\frac{a \leftrightarrow b}{(a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow \mathbf{a})}$

REGLAS: **el $\rightarrow$ es tautológico** .

Modus Ponens (MP) $\begin{array}{l} a \rightarrow b \\ a \\ \hline b \end{array}$	Modus Tollens (MT) $\begin{array}{l} a \rightarrow b \\ \neg b \\ \hline \neg a \end{array}$
Silogismo Disyuntivo (SD) $\begin{array}{l} a \vee b \\ \neg a \\ \hline b \end{array}$ $\begin{array}{l} a \vee b \\ \neg b \\ \hline a \end{array}$	Eliminación $\wedge$ (E) $\frac{a \wedge b}{b}$ $\frac{a \wedge b}{a}$
Conjunción (C) $\begin{array}{l} a \\ b \\ \hline a \wedge b \end{array}$	Adición (A) $\frac{a}{a \vee b}$ (b es cualquier proposición)
Silogismo Hipotético (SH) $\begin{array}{l} a \rightarrow b \\ b \rightarrow c \\ \hline a \rightarrow c \end{array}$	Silogismo Disyuntivo (SD-2) $\begin{array}{l} a \vee b \\ a \rightarrow c \\ b \rightarrow d \\ \hline c \vee d \end{array}$
Resolución (R) $\begin{array}{l} a \vee b \\ \neg a \vee c \\ \hline b \vee c \end{array}$	

Demostración por Contradicción o por Reducción al Absurdo

Este método de demostración se aplica del siguiente modo: por Modus Tollens se puede deducir la negación del antecedente de un condicional cuando se sabe que el consecuente es falso.

$$\frac{(p \to q) \wedge \neg q}{\neg p}$$ la **ley del absurdo**

Ejemplo Demostrar: $\neg p$

1) $\neg q \vee r$
2) $p \to \neg r$
3) q

4) p P (regla de introducción de premisas)
5) $\neg r$ PP 2,4
6) $\neg q$ TT 1,5
7) $q \wedge \neg q$ Adj. 3,6
8) $p \to q \wedge \neg q$ RDC 4,7 (regla de demostración condicional)
9) $\neg p$ Absurdo 8

Se agrega la negación de lo que se quiere probar y se llega a una contradicción

Demostración subordinada: agregamos la negación de lo que queremos demostrar.
En la demostración anterior, la premisa que se agrega es la negación de la que se quiere probar, se llega a una contradicción y siempre se deduce la negación de la premisa agregada. Si se utiliza solo la ley del absurdo, entonces se necesita siempre un paso condicional (la línea 8) antes de poder inferir la negación de la premisa añadida.

Los pasos son:

1º. Introducir la negación de la conclusión deseada como una nueva premisa (por regla de premisa)

2º. De esta nueva premisa, junto con las premisas dadas, deducir una contradicción

3º. Establecer la conclusión deseada como una inferencia lógica deducida de las premisas originales, por la regla de reducción al absurdo.