Práctico 7 – CONJUNTOS INDUCTIVOS – FUNCIONES RECURSIVAS

Referencia para teórico: https://www.fing.edu.uy/inco/cursos/logica/teorico/2011/02_11_Induccion.pdf

1) Considere el conjunto U = *R*. Dé una definición alternativa (por comprensión, por extensión o si es un conjunto conocido dar su nombre) de los siguientes conjuntos definidos inductivamente:

a) Sea A el conjunto definido inductivamente por las cláusulas:
   i. $0 \in A$,
   ii. Si $n \in A$ entonces $(n+3) \in A$.
   iii. Estos son todos los elementos del conjunto.

b) Sea B el conjunto definido inductivamente por las cláusulas:
   i) $8 \in B$,
   ii) Si $n \in C$ entonces $(n+4) \in B$,
   iii) Si $n \in C$ entonces $(n-4) \in B$.
   iv) Estos son todos los elementos del conjunto.

2) a) Definir inductivamente el conjunto de los naturales múltiplos de 6 (o sea {0, 6,12,…}).
   b) Definir inductivamente el conjunto de los enteros múltiplos de 7.

3) a) Define inductivamente el lenguaje Σ^* sobre el alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$.
   b) Define inductivamente el lenguaje Σ^* sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$.

4) Define inductivamente los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$:
   a) El lenguaje {ε , c, c c, c c c, c c c c,...}
   b) El lenguaje {c, c c, c c c, c c c c,...}
   c) El lenguaje {ε , ab, aabb, aaabbb,...}
   d) El lenguaje {bc, bcbc, bcbcbc, ...}
   e) El lenguaje de las palabras que comienzan con la letra **b**.
   f) El lenguaje de las palabras que terminan con la letra **a**.
   g) El lenguaje de las palabras que tienen una sola letra **c**.
   h) El lenguaje de las palabras que son palíndromos.
   i) El lenguaje de las palabras que tienen una sola letra **a**, ninguna letra **b** y la misma cantidad de letras **c**, antes y después de la letra **a**.

5) Sea $\Sigma = \{a,b\}$. Sea $\Delta_1 \subseteq \Sigma^*$ definido inductivamente por las cláusulas:
   i. $\varepsilon \in \Delta_1$
   ii. Si $\alpha \in \Delta_1$ entonces $\alpha\, bb \in \Delta_1$
   iii. Si $\alpha \in \Delta_1$ entonces $\alpha a \in \Delta_1$
   iv. Estos son todos los elementos del conjunto.

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas? Justifique su respuesta en términos de la aplicación de las cláusulas.
   1) $a \in \Delta_1$ 2) $b \in \Delta_1$ 3) $bbabb \in \Delta_1$ 4) $abba \in \Delta_1$ 5) $bbaabb \in \Delta_1$ 6) $bbbabbb \in \Delta_1$ 7) $aaaaa \in \Delta_1$

6) Sea $\Sigma = \{a,b\}$. Sea $\Delta_2 \subseteq \Sigma^*$ definido inductivamente por las cláusulas:
   i. $a \in \Delta_2$
   ii. Si $\alpha \in \Delta_2$ entonces $b\alpha b \in \Delta_2$.
   iii. Si $\alpha \in \Delta_2$ entonces $\alpha a \in \Delta_2$.
   iv. Estos son todos los elementos del conjunto.

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas? Justifique su respuesta en términos de la aplicación de las cláusulas.
   1) $b \in \Delta_2$ 2) $bab \in \Delta_2$ 3) $ba \in \Delta_2$ 4) $babab \in \Delta_2$ 5) $aba \in \Delta_2$ 6) $bbabb \in \Delta_2$

7) Sea Σ = {a,b,c }. Sea $\Delta_3 \subseteq \Sigma^*$ definido inductivamente por las cláusulas:

i. $\varepsilon \in \Delta_3$
ii. Si $\alpha \in \Delta_3$ entonces bαc $\in \Delta_3$.
iii. Si $\alpha \in \Delta_3$ entonces bαa $\in \Delta_3$.
iv. Estos son todos los elementos del conjunto.

Escriba 5 palabras que pertenezcan a Δ_3 y 3 que no pertenezcan.

8) Defina inductivamente los siguientes conjuntos:

a) Δ_4 = {ε , ab, aabb, aaabbb, aaaabbbb, …}
b) Δ_5 = {$\alpha \in$ {a,b}* / α tiene igual número de a que de b}
c) Δ_6 = {$\alpha \in$ {1,2,3}* / α es capicúa}

Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones es verdadera:

$\Delta_4 \subseteq \Delta_5$ $\quad\quad$ $\Delta_5 \subseteq \Delta_4$ $\quad\quad$ $\Delta_4 = \Delta_5$

9) Enuncia el principio de inducción primitiva para los conjuntos definidos en ejercicios anteriores:

a. Σ^* siendo Σ = {a,b }
b. Sea Δ_1 definido en ejercicio 5. Demuestra que si $z \in \Delta_1$, z tiene un número par de símbolos **b**.
c. Sea Δ_3 definido en ejercicio 7. Demuestra que si $z \in \Delta_3$, z tiene un número par de símbolos.

10) Sobre el alfabeto Σ={0, 1, 2} se define inductivamente el lenguaje L_2, de la siguiente manera:

i) $0 \in L_2$
ii) Si $\alpha \in L_2$ entonces $1\alpha1 \in L_2$
iii) Si $\alpha \in L_2$ $\alpha02 \in L_2$.

Prueba que si $z \in L_2$, entonces la suma de las cifras de z es par.

11) Considera el lenguaje Σ^* siendo Σ = {a,b , c}. Se define la siguiente función recursiva f: $\Sigma^* \rightarrow \mathrm{N}$ tal que:

i. f(ε)= 4
ii. f(aα)=f(α)+1
iii. f(bα)=f(α)
iv. f(cα)=f(α)+3

Calcula f(a), f(b), f(c), f(ac), f(bca) y f(bcca)

12) Define una función que calcula la cantidad de símbolos de una palabra de Σ^* siendo Σ={a,b}. Halla f(bba)

13) Define una función que aplicada a una palabra de Σ^* siendo Σ={a,b}, devuelve otra palabra en la cual se intercambian las a y las **b.**

14) Sea Σ = {a,b }. Sea $\Delta_2 \subseteq \Sigma^*$ definido inductivamente en ejercicio 6. Sea $z \in \Delta_2$, define:

a) f: $\Delta_2 \rightarrow \mathrm{N}$ / f(z) devuelve la cantidad de **a** de z.
b) g: $\Delta_2 \rightarrow \mathrm{N}$ / g(z) devuelve la cantidad de **b** de z.
c) h: $\Delta_2 \rightarrow \mathrm{N}$ / h(z) nos da la cantidad de **símbolos** de z.
d) j: $\Delta_2 \rightarrow \Delta_2$ / j(z) devuelve una palabra que solo tiene las **a** de **z**
e) k: $\Delta_2 \rightarrow \Sigma^*$ / k(z) intercambia las **b** con las **a** de **z**

Hallar: f(babaa), g(baba), h(babaa), j(baba), k(babaa)

15) Sea Σ = {a,b,c }. Sea $\Delta_3 \subseteq \Sigma^*$ definido inductivamente en ejercicio 7.

I) Sea z$\in \Delta_3$, Define:

a) f: $\Delta_3 \rightarrow \mathrm{N}$ / f(z) cuenta la cantidad de **b** de z. Halla f(bbca).

b) g: $\Delta_3 \rightarrow \Sigma^*$ / g(z) suprime las b de z. Halla g(bbca).

II) Investiga comportamiento de h: $\Delta_3 \rightarrow \Sigma^*$ /

1) h(ε)= ε;

2) h(bαc)=h(α)bc ;

3) h(bαa)=h(α)ba

Halla h(bbbaca)

16) Sea Σ = {a,b,c }. Sea $\Delta_7 \subseteq \Sigma^*$ definido inductivamente por:

i) $\varepsilon \in \Delta_7$

ii) Si $\alpha \in \Delta_7$ entonces bαbc $\in \Delta_7$.

iii) Si $\alpha \in \Delta_7$ y entonces b αba $\in \Delta_7$.

iv) Estos son todos los elementos del conjunto.

Sea z$\in \Delta_7$, Defina:

a) f: $\Delta_7 \rightarrow \mathrm{N}$ / f(z) devuelve la cantidad de **a** de z.

b) g: $\Delta_7 \rightarrow \mathrm{N}$ / g(z) devuelve la cantidad de **b** de z.

c) h: $\Delta_7 \rightarrow \mathrm{N}$ / h(z) nos da la cantidad de **c** de z.

d) j: $\Delta_7 \rightarrow \mathrm{N}$ / j(z) cuenta la cantidad de c o a que tiene z

e) k:$\Delta_7 \rightarrow \Sigma^*$ / k(z) suprime las **b** de **z**

f) m: $\Delta_7 \rightarrow \Sigma^*$ / m(z) cambia todos los símbolos por **a**

Determine cada valor funcional para z=bbbabc