Práctico 9 - Lógica proposicional, semántica

1) Hallar las proposiciones resultantes de las siguientes sustituciones:
   a. $p_5[p_0/p_4]$
   b. $p_2[(p_0 \vee p_1)/p_2]$
   c. $\perp [(p_1 \wedge p_2)/p_0]$
   d. $(p_0 \vee p_1)[((p_0 \vee p_1) \wedge p_2)/p_0]$
   e. $((\neg p_2) \to p_3)[(p_1 \leftrightarrow p_4)/p_2]$

2) ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son tautologías?

   a) $(\neg p_0 \vee p_1) \leftrightarrow (p_1 \to p_0)$
   b) $(p_0 \to (p_1 \to p_2)) \leftrightarrow ((p_0 \wedge p_1) \to p_2)$
   c) $\perp \to p_0$
   d) $(p_0 \to p_1) \vee (\neg p_0 \to p_2)$

3) Usando tablas de verdad, demuestre las siguientes tautologías:
   a. $\Vdash (\varphi \to \psi) \leftrightarrow (\neg\psi \to \neg\varphi)$
   b. $\Vdash (\varphi \to \psi) \wedge (\psi \to \sigma) \leftrightarrow (\varphi \to \sigma)$
   c. $\Vdash (\varphi \to (\psi \wedge \neg\psi)) \to \neg\varphi$
   d. $\Vdash (\varphi \to \psi) \leftrightarrow (\neg\psi \to \neg\varphi)$
   e. $\Vdash (\varphi \to \neg\varphi) \to \neg\varphi$
   f. $\Vdash \neg (\varphi \wedge \neg\varphi)$
   g. $\Vdash \varphi \to (\psi \to \varphi \wedge \psi)$
   h. $\Vdash ((\varphi \to \psi) \to \varphi) \to \varphi$

4) Considere la siguiente definición alternativa para las valuaciones y estudie si es equivalente a la definida en el teórico.

   Una función $v : PROP \to \{0,1\}$ es una valuación si y sólo si satisface:
   - $v(\perp) = 0$
   - $v((\alpha \wedge \beta)) = v(\alpha).v(\beta)$
   - $v((\alpha \vee \beta)) = v(\alpha) + v(\beta) - v(\alpha).v(\beta)$
   - $v((\alpha \to \beta)) = 1 - v(\alpha) + v(\alpha).v(\beta)$
   - $v((\alpha \leftrightarrow \beta)) = 1 - |v(\alpha) - v(\beta)|$
   - $v((\neg\alpha)) = 1 - v(\alpha)$

5) Demuestre, utilizando las definiciones de valuación:

   a) $\varphi \models \varphi$
   b) $\varphi \vee \psi, \neg\psi \models \varphi$
   c) $\varphi \leftrightarrow \psi, \neg\varphi \models \neg\psi$
   d) $\varphi \wedge \psi, \psi \wedge \sigma \models \varphi \wedge \sigma$
   e) $\varphi \to \psi, \neg\varphi \to \psi \models \psi$
   f) Si $\varphi \models \psi$ y $\psi \models \sigma$, entonces $\varphi \models \sigma$
   g) Si $\models \varphi \to \psi$, entonces $\varphi \models \psi$