

Los siguientes ejercicios han sido extraídos de parciales y exámenes de años anteriores.

### Ejercicio 1

a) Dados tres conjuntos A, B y C, Investiga la veracidad de las siguientes afirmaciones:

i.  $A' - (B \cup C)' = (B \cup C) - A$       ii.  $(A \cup B)' \cup (A \cap B) = A' \oplus B$

b) Sean  $A = \{n \in \mathbb{N} / n \leq 16, n = 4\}$ ,  $B = \{n \in \mathbb{N} / n \leq 16, n = 3\}$  y  $C = \{n \in \mathbb{N}^* / n \leq 12, n = 2\}$ . Determina todos los conjuntos X,  $X \neq \emptyset$ , que verifican:  $X \subseteq B \oplus C$  y  $X \subseteq C - A$

### Ejercicio 2

a) Dados tres conjuntos A, B y C, usando tabla de pertenencia, analiza la veracidad de la siguiente afirmación:  $(A \cup B)' \cap C = (C - A) \cap (C - B)$

b) Sean  $A = \{n \in \mathbb{N} / 7 \leq n \leq 35, n = 7\}$ ,  $B = \{n \in \mathbb{N} / 7 \leq n \leq 35, n = 4\}$  y  $C = \{n \in \mathbb{N} / 7 \leq n \leq 35, n \text{ impar}\}$ . Determina todos los conjuntos X,  $X \neq \emptyset$ , que verifican:  $X \cap C = \{7, 21\}$  y  $X \subseteq A - B$

### Ejercicio 3

a) Dados tres conjuntos A, B y C, analiza la veracidad de las siguientes afirmaciones y para cada una, si es verdadera, demostrarla; si es falsa, dar un contraejemplo.

i.  $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$       ii.  $(A \cup B) - C = (A \oplus B) - C$

b) Sean  $A = \{n \in \mathbb{N} / n \leq 16, n \text{ es múltiplo de } 4\}$ ,  $B = \{n \in \mathbb{N} / n \leq 16, n \text{ es múltiplo de } 3\}$  y  $C = \{n \in \mathbb{N}^* / n \leq 12, n \text{ es par}\}$

i. Determina todos los conjuntos X que verifican:  $X \subseteq A - B$  y  $X \not\subseteq A \cap C$ .

ii. Determina todos los conjuntos Y que verifican  $Y \subseteq B \oplus C$  y  $Y \subseteq C - A$

### Ejercicio 4

a) Dados tres conjuntos A, B y C, usando tabla de pertenencia, analiza la veracidad de la siguiente afirmación:

$$(B \cap C) - A = (A \oplus B)' \cap C$$

b) Sean  $A = \{n \in \mathbb{N} / 20 \leq n \leq 50, n = 5\}$ ,  $B = \{n \in \mathbb{N} / 20 \leq n \leq 50, n = 10\}$  y  $C = \{n \in \mathbb{N} / 40 \leq n \leq 50, n \text{ impar}\}$ . Determina todos los conjuntos X,  $X \neq \emptyset$ , que verifican:  $X \cap C = \{45\}$  y  $X \subseteq A - B$

### Ejercicio 5

a) Se define la relación  $R = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} / a - b = 6\}$

a. Prueba que R es de equivalencia.

b. Enumera dos elementos de las clases: [3] y [7]

b) Sea  $A = \{2, 4, 8, 16\}$ , se define la relación R sobre A de la siguiente forma:  $aRb$  si y sólo si  $a|b$ .

i. Enumera los elementos de R

ii. Realiza su matriz asociada.

iii. Investiga si R es de orden parcial.

### Ejercicio 6

a) Sea  $A = \{x \in \mathbb{N} / 3 \leq x \leq 8\}$  y  $R = \{(x, y) \in A \times A / (x + y) \text{ es múltiplo de } 3\}$

i. Enumera los elementos de R.

ii. Realiza la matriz asociada a R.

i. Investiga propiedades.

ii. ¿Es R de equivalencia? ¿Y de orden parcial?

b) Dibuja el diagrama de Hasse de la relación divisibilidad en el conjunto:  $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$

### Ejercicio 7

- a) Se define la relación  $R = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} / 2x + y = 3\}$
- Prueba que R es de equivalencia
  - Enumera 3 elementos de las clases: [0] y [5]
- b) Sea  $A = \{x \in \mathbb{N} / 2 < x < 14, x \text{ es par}\}$  y  $R = \{(x, y) \in A \times A / 0 \leq x - y < 5\}$
- Enumera los elementos de R.
  - Realiza la matriz asociada a R.
  - Investiga si R es de orden parcial.

### Ejercicio 8

- a) Sea  $A = \{x \in \mathbb{N} / 2 < x < 9\}$  y  $R = \{(x, y) \in A \times A / x + y \text{ es par}\}$
- Enumera los elementos de R.
  - Realiza la matriz asociada a R.
  - Prueba que R es de equivalencia
  - Enumera los elementos de las clases: [4] y [5]
- b) Dibuja el diagrama de Hasse de la relación divisibilidad en el conjunto:  $B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}$

### Ejercicio 9

- a) Explica en que consiste el método de Inducción Matemática.
- b) Demuestra usando método de Inducción Matemática:  $\sum_{i=1}^n i(i+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

### Ejercicio 10

Resolver las siguientes ecuaciones de recurrencia

a) 
$$\begin{cases} a_n + a_{n-1} - 12a_{n-2} = 0 \\ a_0 = 3 \\ a_1 = 5 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} a_n - 2a_{n-1} - 8a_{n-2} = 27n + 61 \\ a_0 = 6 \\ a_1 = 8 \end{cases}$$

### Ejercicio 11

Resolver la siguiente ecuación de recurrencia no homogénea:

$$\begin{cases} a_n + 2a_{n-1} - 8a_{n-2} = 10n + 12 \\ a_0 = 6 \\ a_1 = 8 \end{cases}$$

### Ejercicio 12

Resolver la siguiente ecuación de recurrencia no homogénea:

$$\begin{cases} a_{n+2} + a_{n+1} - 6a_n = 8n + 6 \\ a_0 = 0; a_1 = -9 \end{cases}$$

### Ejercicio 13

Resolver la siguiente ecuación de recurrencia homogénea:

$$\begin{cases} a_{n+2} - 4a_{n+1} - 5a_n = 0 \\ a_0 = 8; a_1 = 4 \end{cases}$$

### Ejercicio 14

Realiza las conversiones y operaciones indicadas:

- a)  $1100010101_{(2)} = \text{_____}_{(8)} = \text{_____}_{(16)} = \text{_____}_{(10)}$     b)  $358_{(10)} = \text{_____}_{(2)}$   
c)  $5A1_{(16)} + E8C_{(16)}$     d)  $64_{(8)} \times 25_{(8)}$     e)  $11001110_{(2)} + 1110011_{(2)}$

### Ejercicio 15

Realiza las conversiones y operaciones indicadas:

- a)  $10010101101_{(2)} = \text{_____}_{(8)} = \text{_____}_{(16)} = \text{_____}_{(10)}$     b)  $782_{(10)} = \text{_____}_{(2)}$   
c)  $E01_{(16)} + 18C_{(16)}$     d)  $101110_{(2)} + 1110011_{(2)} =$     e)  $23_{(8)} \times 32_{(8)} =$

### Ejercicio 16

Realiza las conversiones y operaciones indicadas:

- a)  $1110111110_{(2)} = \text{_____}_{(8)} = \text{_____}_{(16)} = \text{_____}_{(10)}$     b)  $542_{(10)} = \text{_____}_{(2)}$   
c)  $40A_{(16)} + 2C7_{(16)} =$     d)  $101010_{(2)} + 1110111_{(2)} =$     e)  $107_{(8)} \times 22_{(8)} =$

### Ejercicio 17

Realiza las conversiones y operaciones indicadas:

- a)  $1100011_{(2)} = \text{_____}_{(8)} = \text{_____}_{(16)} = \text{_____}_{(10)}$     b)  $542_{(10)} = \text{_____}_{(2)}$   
c)  $40A_{(16)} + 2C7_{(16)} =$     d)  $11010_{(2)} + 100111_{(2)} =$

### Ejercicio 18

- a) Demuestra:  $(xy + z)(\bar{y} + z) = yz + \bar{y}z$   
b) Halla la forma normal disyuntiva de:  $F(x, y, z) = [\bar{x}(y + \bar{z})](\bar{y} + x)$

### Ejercicio 19

- Halla la forma normal disyuntiva de:    a)  $F(x, y, z) = x\bar{y}$   
b)  $F(x, y, z) = (x + z)y$

### Ejercicio 20

Expresa  $F(x, y, z)$  como suma de minitérminos:  $F(x, y, z) = \bar{x}\bar{y} + \bar{x}\bar{z}$