

Práctico 12 – Preparación segundo parcial

Ejercicios extraídos de pruebas anteriores

Ejercicio 1

Considera $\Sigma = \{a, b\}$, $L \subseteq \Sigma^*$ tal que $L = \{\omega \in \Sigma^* \mid \omega \text{ es de longitud par}\}$ y $f: L \rightarrow \mathbb{N}$ definida de la siguiente forma:

- i. $f(\varepsilon) = 0$
 - ii. $f(ab\alpha) = 1 + f(\alpha)$
 - iii. $f(aa\alpha) = f(\alpha)$
 - iv. $f(bb\alpha) = f(\alpha)$
 - v. $f(ba\alpha) = 1 + f(\alpha)$
- a) Investiga comportamiento de f .
- b) Calcula $f(abaaabbb)$, $f(bbaabbaa)$ y $f(baabbbbaa)$.

Ejercicio 2

- a) Defina inductivamente el conjunto M , $M \subseteq \Sigma^*$, $\Sigma = \{a, b\}$, si:
- $M = \{\omega \in \Sigma^* \mid \omega \text{ tiene número impar de símbolos, comienza y termina con símbolos distintos}\}$. Incluya las tiras de 1 símbolo como válidas si lo considera necesario.
- b) Escriba la secuencia de construcción, si corresponde, de las siguientes palabras:
- i) aaabb ii) babbaba iii) abbaa iv) abbabab

Ejercicio 3

Considera $\Sigma = \{0, 1\}$ y el conjunto $H \subseteq \Sigma^*$, definido de la siguiente forma:

- i) $10 \in H$
 - ii) Si $\alpha \in H$ entonces $\alpha 10 \in H$
 - iii) Si $\alpha \in H$ entonces $\alpha 11 \in H$
 - iv) Estos son todos los elementos del conjunto.
- a) Defina las siguientes funciones:
- a. $\text{long}: H \rightarrow \mathbb{N}$ tal que $\text{long}(\omega)$ devuelve la cantidad de símbolos de $\omega \in H$.
 - b. $\text{interc}: H \rightarrow \Sigma^*$ tal que $\text{interc}(\omega)$ intercambia los símbolos 0 y 1 de $\omega \in H$.
- b) Enuncie el Principio de Inducción Primitiva para H .
- c) Demuestra que las palabras de H tienen longitud par.

Ejercicio 4

- a) Prueba, usando tablas de verdad, que $[(p \wedge q) \rightarrow r] \leftrightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$ es una tautología.
- b) Calcula, aplicando la función valuación: $v(((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \wedge \beta)))$ si $v(\alpha) = v(\beta) = 1$
- c) Define $\text{DeM}: \text{PROP} \rightarrow \text{PROP}$ que aplica leyes de De Morgan a $\omega \in \text{PROP}$. Calcula $\text{DeM}(((\neg p \wedge q) \rightarrow (p \vee \neg q)))$

Ejercicio 5

Considera $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ y el conjunto $H \subseteq \Sigma^*$, definido de la siguiente forma:

- i) $10 \in H$
 - ii) $12 \in H$
 - iii) Si $\alpha \in H$ entonces $20\alpha \in H$
 - iv) Si $\alpha \in H$ entonces $21\alpha \in H$
 - v) Estos son todos los elementos del conjunto.
- a) De 4 elementos de H e indique su secuencia de construcción.
- b) Defina las siguientes funciones:

- a. cantdos: $H \rightarrow N$ tal que cantdos(ω) devuelve la cantidad de símbolos 2 que tiene ω , $\omega \in H$.
- b. sus: $H \rightarrow \Sigma^*$ tal que sus(ω) sustituye los símbolos 1 por 0, siendo $\omega \in H$.
- c. Halla cantdos(202110) y sus(202110)
- c) Enuncie el Principio de Inducción Primitiva para H.
- d) Demuestra que las palabras de H tienen longitud par.

Ejercicio 6

- a) Investiga, usando tablas de verdad, si $((((p \vee r) \rightarrow q) \wedge \neg q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg r))$ es una tautología.
- b) Calcula, aplicando la función valuación: $v(((\alpha \wedge (\neg \beta)) \rightarrow ((\neg \alpha) \vee \beta)))$ si:
 - a. $v(\alpha) = v(\beta) = 1$
 - b. $v(\alpha) = v(\beta) = 0$
 - c. $v(\alpha) = 1, v(\beta) = 0$
- c) Define cant : $PROP \rightarrow N$ que cuenta la cantidad de conectivas binarias que tiene ω , $\omega \in PROP$.
 Calcula cant($((\neg p \wedge q) \rightarrow (p \vee \neg q))$)

Ejercicio 7

Considera $\Sigma = \{0,1,2\}$ y el conjunto $H \subseteq \Sigma^*$, definido de la siguiente forma:

- i) $0 \in H$
 - ii) $2 \in H$
 - iii) Si $\alpha \in H$ entonces $\alpha 12 \in H$
 - iv) Si $\alpha \in H$ entonces $\alpha 10 \in H$
 - v) Estos son todos los elementos del conjunto.
- a) De 4 elementos de H e indique su secuencia de construcción.
 - b) Defina las siguientes funciones:
 - a. cantuno: $H \rightarrow N$ tal que cantuno(ω) devuelve la cantidad de símbolos 1 que tiene ω , $\omega \in H$.
 - b. sus: $H \rightarrow \Sigma^*$ tal que sus(ω) sustituye los símbolos 1 por 0, siendo $\omega \in H$.
 - c. Halla cantuno(21212) y sus(21012)
 - c) Enuncie el Principio de Inducción Primitiva para H.
 - d) Demuestra que las palabras de H tienen longitud impar.

Ejercicio 8

- a) Investiga, usando tablas de verdad, si $((((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \wedge r)))$ es una tautología.
- b) Calcula, aplicando la función valuación: $v(((\neg \alpha) \rightarrow \beta) \leftrightarrow (\alpha \wedge \beta))$ si:
 - a. $v(\alpha) = v(\beta) = 1$
 - b. $v(\alpha) = v(\beta) = 0$
 - c. $v(\alpha) = 1, v(\beta) = 0$
- c) Define neg : $PROP \rightarrow N$ que cuenta la cantidad de conectivas " $\neg$ " que tiene ω , $\omega \in PROP$.
 Calcula neg($((\neg p \wedge q) \rightarrow (p \vee \neg q))$)

Ejercicio 9

Considera $\Sigma = \{a, b\}$ y el conjunto $H \subseteq \Sigma^*$, definido de la siguiente forma:

- i) $\varepsilon \in H$
 - ii) $b \in H$
 - iii) Si $\alpha \in H$ entonces $\alpha ab \in H$
 - iv) Si $\alpha \in H$ entonces $\alpha bb \in H$
 - v) Estos son todos los elementos del conjunto.
- e) De 4 elementos de H e indique su secuencia de construcción.
- f) Defina las siguientes funciones:
- 1. $\text{cantb}: H \rightarrow \mathbb{N}$ tal que $\text{cantb}(\omega)$ devuelve la cantidad de símbolos b que tiene ω , $\omega \in H$.
 - 2. $\text{agregab}: H \rightarrow \Sigma^*$ tal que $\text{agregab}(\omega)$ agrega un símbolo b a la derecha de cada símbolo a , siendo $\omega \in H$.
 - 3. Halla $\text{cantb}(\text{babbb})$ y $\text{agregab}(\text{abab})$.)
- g) Enuncie el Principio de Inducción Primitiva para H .

Ejercicio 10

- a) Investiga, usando tablas de verdad, si $((\neg p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow ((p \wedge \neg q) \vee r)$ es una tautología.
- b) Calcula, aplicando la función valuación: $v(((\neg \alpha) \rightarrow \beta) \leftrightarrow (\alpha \vee \beta))$ si:
- a. $v(\alpha) = v(\beta) = 1$
 - b. $v(\alpha) = v(\beta) = 0$
 - c. $v(\alpha) = 0, v(\beta) = 1$

Ejercicio 11

Calcule aplicando la definición de sustitución:

- a. $(p_0 \vee (\neg p_0))[(\varphi \rightarrow \psi)/p_0]$
- b. $(p_0 \wedge p_1)[(\neg \varphi)/p_0]$
- c. $((p_2 \wedge p_3) \rightarrow p_3)[(p_1 \leftrightarrow p_2)/p_3]$

Ejercicio 12

Demuestre, usando definición de valuación:

- a. $(\neg \varphi \vee \psi), \varphi \Vdash \psi$
- b. $(\varphi \rightarrow \psi), \varphi \Vdash \psi$
- c. $\psi \Vdash ((\varphi \rightarrow \psi) \wedge \varphi) \vee \neg \varphi$
- d. $(\neg(\varphi \wedge (\neg \psi))) \Vdash (\varphi \rightarrow \psi)$

Ejercicio 13

- a. Demuestre que $((p_0 \rightarrow p_1) \wedge (p_0 \vee p_1)) \in \text{PROP}$
- b. De una secuencia de formación para la misma proposición.