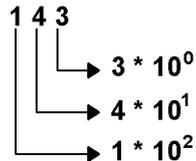


Sistemas de numeración binario y hexadecimal

Sistemas de numeración

Se puede considerar un sistema de numeración como un conjunto de símbolos y reglas de combinación de dichos símbolos para construir números (en principio, enteros).

Nuestro sistema clásico de numeración, el decimal: es un sistema posicional con base (base 10). Es posicional porque la posición de los símbolos indica si se trata de unidades, decenas, centenas y, en general, cualquier potencia no negativa de la base.



Los sistemas de numeración surgieron por la necesidad de contar, y se supone que el sistema decimal tiene base 10 porque el ser humano tiene 10 dedos en sus manos (por lo que si tuviéramos 6 dedos en cada mano probablemente utilizaríamos un sistema de base 12).

Note el lector que el sistema de numeración romano, muy conocido por nosotros, no es posicional, ya que existen símbolos para determinados números especiales y los demás números se forman con reglas aritméticas relativamente complejas. La numeración romana desconoce el cero.

Romano	Decimal
I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

Ya que el hecho de elegir una base es un asunto arbitrario, podríamos considerar cualquier número no negativo como base, y la elección de qué base utilizar dependerá generalmente del contexto. En el caso de los computadores, lo más sencillo desde el punto de vista eléctrico es distinguir entre dos voltajes diferentes. Se tiene entonces un sistema binario con dos símbolos: a uno de ellos se lo suele denotar con 0 y al otro con 1.

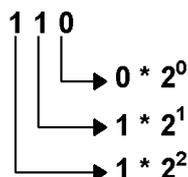
En general, en un sistema con base, se puede considerar un número N como un polinomio de la forma:

$$N = a_n b^n + \dots + a_0 b^0 + a_{-1} b^{-1} + \dots$$

Note que incluimos las potencias negativas, lo que dará lugar a fracciones. Habitualmente se omite la escritura de las potencias de la base, y se agrega un punto o una coma para separar las potencias negativas de las no negativas.

$$N = a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0 . a_{-1} a_{-2} \dots$$

En el sistema binario la base es dos, ya que se tienen dos símbolos y para representar el número dos hay que apelar a escribir un 1 en la posición que indica "pares", y un 0 en la posición de unidades. De la misma forma, el número seis se debe representar como 110 (un par de pares, un par y ninguna unidad).



Aritmética binaria

La suma de dígitos binarios (o bits, de binary digits) se puede definir por exhaustión

$$\begin{aligned} 0 + 0 &= 0 \\ 0 + 1 &= 1 \\ 1 + 0 &= 1 \\ 1 + 1 &= 10 \end{aligned}$$

Para sumar números de más dígitos se utiliza el mismo procedimiento que nos es tan común en nuestro sistema decimal, se suman los bits de las posiciones iguales de derecha a izquierda, y cada vez que alguna suma en alguna posición supera a 1 se acarrea un uno (el acarreo, que puede ser 0 o 1 se llama comúnmente bit de carry).

$$\begin{array}{r} 1001101 \\ + 11000 \\ \hline 1100101 \end{array}$$

Ejercicio: Analice el lector los procedimientos de la resta, la multiplicación y la división para aplicarlos al sistema binario.

Si bien el sistema binario es el que utilizan los computadores, suele ser tedioso para los humanos manejar números grandes en este sistema de numeración. Por este motivo, si se deben emplear números grandes es más cómodo utilizar algún sistema de numeración con base mayor que dos. A modo de ejemplo, pruebe el lector que con 8 dígitos sólo se puede representar hasta el 255 (mientras que en sistema decimal con 3 dígitos se puede representar hasta 999).

Para denotar que un número se encuentra en notación binaria se le suele anteponer el prefijo $0b$.

Sistema hexagesimal

El sistema hexagesimal es un sistema posicional de base 16 donde los símbolos son los siguientes:

Hexagesimal:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
Decimal:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Para denotar que un número se encuentra en notación hexagesimal se le suele anteponer el prefijo $0x$.

Cambio de base: en general

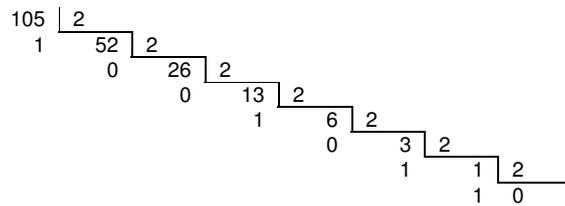
Básicamente hay dos formas de realizar el cambio de base una base B a otra base b : utilizando aritmética de la base B (muy útil cuando B es 10) y utilizando aritmética de la base b (muy útil cuando b es 10).

Comenzaremos por la segunda opción. El procedimiento consiste en expresar los coeficientes A_i del polinomio característico y la base B mediante la base b y evaluar el polinomio utilizando aritmética de la base b . Por ejemplo, si quisiéramos convertir el número $0xCC07$ al sistema decimal bastaría evaluar:

$$0xCC07 = 12 * 16^3 + 12 * 16^2 + 0 * 16^1 + 7 * 16^0 = 52231$$

Como vemos es fácil utilizar este procedimiento para pasar un número a base 10, por nuestra familiaridad con la aritmética de base 10. Si debiéramos pasar un número de base 10 a otra base, deberíamos tener un procedimiento que nos permita aprovechar esta misma familiaridad con la base 10, aunque ahora es la base de origen y no la de destino.

Calcularemos los coeficientes del polinomio característico en la base de destino a partir de los restos dividir el número entre la base. Por ejemplo, si quisiéramos convertir el número 105 de notación decimal a notación binaria, haríamos lo siguiente:



El resultado se obtiene concatenando los restos "de abajo hacia arriba": $105 = 0b1101001$

Cambio de base entre sistema binario y hexagesimal

En el caso de los sistemas binario y hexagesimal existe un procedimiento más simple, basado en que 16 es una potencia de 2. Los 16 símbolos del sistema hexagesimal se pueden formar con 4 dígitos binarios ($2^4 = 16$).

0x	0b
0	0 0 0 0
1	0 0 0 1
2	0 0 1 0
3	0 0 1 1
4	0 1 0 0
5	0 1 0 1
6	0 1 1 0
7	0 1 1 1
8	1 0 0 0
9	1 0 0 1
A	1 0 1 0
B	1 0 1 1
C	1 1 0 0
D	1 1 0 1
E	1 1 1 0
F	1 1 1 1

Para realizar un cambio de base entre binario y hexagesimal basta con cambiar las 4-uplas binarias por su correspondiente símbolo hexagesimal.