

Carrera de Tecnólogo en Informática
Matemática Discreta y Lógica 1
Primer Parcial 13/11/07

Instrucciones

- Se leerá la letra y tendrá dos horas para realizar el parcial a partir de ese momento.
- El parcial es una prueba de carácter individual y no se puede consultar material.
- Lea atentamente la letra antes de contestar cada ejercicio.
- A menos que el ejercicio sea de múltiple opción fundamente todos sus razonamientos.
- Los ejercicios múltiple opción bien respondidos suman 4 puntos y mal respondidos restan 1.
- El parcial suma 40 puntos.

Ejercicio 0 **1 punto**

Numere las hojas que entregue, incluya nombre y número de cédula en cada hoja y registre en la primer hoja el total de hojas entregadas.

Ejercicio 1 **4 puntos**

Sea $A = \{1, 3, 4, 5, 6\}$ y $B = \{1, 4, 7, 2\}$. Indique la única respuesta correcta:

1. $A \cap B = \{1, 3, 4\}$
2. $A \cup B = A$
3. $A - B = \{3, 5, 6\}$
4. $B - A = B$
5. $A \Delta B = \{3, 5, 6\}$

Ejercicio 2 **5 puntos**

Definamos la relación \equiv en Z de la siguiente manera:

$$a \equiv b \leftrightarrow a \bmod 2 = b \bmod 2$$

pruebe que \equiv es una relación de equivalencia utilizando que la igualdad en Z lo es. Cuantos elementos tiene Z/\equiv ? Cuales son?

Recuerde que $a \bmod 2$ es el resto de dividir a entre 2.

Ejercicio 3 **9 puntos**

Sea la relación R definida por:

$$aRb \text{ si } \min(a, b) = a$$

1. Demuestre que R es un orden parcial sobre Z .
2. Considere $A = \{4, 6, 12\}$. Se sigue de la parte 1) que R es un orden parcial sobre A . Dibuje los diagramas de Hasse para R , determine si R es un orden total, encuentre los elementos maximales y minimales de A . Determine si A tiene máximo y/o mínimo y diga si (A, R) es un retículo.

Ejercicio 4 **9 puntos**

Sea $f : Z \rightarrow N$, $f(x) = |x|$ y $g : N \rightarrow N$, $g(x) = x + 2$,

1. es f inyectiva?
2. es f sobreyectiva?
3. es g inyectiva?
4. es g sobreyectiva?
5. es f invertible?
6. es g invertible?

Ejercicio 5 **5 puntos**

Sea $f : A \times A \rightarrow A$ una operación binaria en A . Plantee que condición debe satisfacer x para ser un neutro de f . Demuestre que si $f : A \times A \rightarrow A$ tiene un elemento neutro entonces dicho elemento es único.

Ejercicio 6**3 puntos**

Demuestre utilizando inducción completa:

$$\sum_{i=1}^n (2i - 1) = n^2$$

Ejercicio 7**4 puntos**

Considere la relación de recurrencia siguiente:

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = 2$$

$$a_n = -a_{n-1} + 6a_{n-2} \quad n \geq 2$$

Expresé la relación de recurrencia como una ecuación en diferencias y resuélvala (implica hallar la solución general y particular).