

**Carrera de Tecnólogo en Informática**  
**Matemática Discreta y Lógica 1**  
**Primer Parcial 16/11/07**

**Instrucciones**

- Se leerá la letra y tendrá dos horas para realizar el parcial a partir de ese momento.
- El parcial es una prueba de carácter individual y no se puede consultar material.
- Lea atentamente la letra antes de contestar cada ejercicio.
- A menos que el ejercicio sea de múltiple opción fundamente todos sus razonamientos.
- Los ejercicios múltiple opción bien respondidos suman 4 puntos y mal respondidos restan 1.
- El parcial suma 40 puntos.

**Ejercicio 0** **1 punto**

Numere las hojas que entregue, incluya nombre y número de cédula en cada hoja y registre en la primer hoja el total de hojas entregadas.

**Ejercicio 1** **4 puntos**

Indique la única respuesta correcta:

1. Si  $|A| = n$  entonces  $|P(A)| = n + 1$ .
2. Los conjuntos  $A = \{0, 1, 2, 3\}$  y  $B = \{x : N \mid x \leq 4\}$  son el mismo.
3. Una relación de equivalencia puede ser asimétrica.
4. Si  $R$  es de equivalencia la matriz de la relación es simétrica.
5. Si  $f : A \rightarrow B$  es inyectiva entonces  $|A| \geq |B|$ .

**Ejercicio 2** **5 puntos**

Sea la relación "viven en el mismo departamento" entre dos personas nacidas en Uruguay. Demuestre que es una relación de equivalencia. Cuales y cuantos son los elementos en el conjunto cociente?

**Ejercicio 3** **8 puntos**

Sea la relación  $R$  definida por:

$$ARB \text{ si } A \subseteq B$$

1. Demuestre que  $R$  es un orden parcial sobre  $P(Z)$ .
2. Considere  $A = \{\phi, \{1, 2\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 2, 3\}\}$ . Dibuje los diagramas de Hasse para  $R$ , determine si  $R$  es un orden total, encuentre los elementos maximales y minimales de  $A$ . Determine si  $A$  tiene máximo y/o mínimo y diga si  $(A, R)$  es un retículo.

**Ejercicio 4** **5 puntos**

Demuestre que si  $(A, R)$  parcialmente ordenado tiene un máximo es único.

**Ejercicio 5** **4 puntos**

Sea  $f : N \times N \rightarrow N$ ,  $f(x, y) = x + y$

1. es  $f$  inyectiva?
2. es  $f$  sobreyectiva?
3. es  $f$  invertible?

**Ejercicio 6** **4 puntos**

Demuestre por inducción completa que la siguiente relación de recurrencia:

$$\begin{aligned} a_0 &= 0 \\ a_n &= a_{n-1} + n \quad n \geq 0 \end{aligned}$$

define una sucesión que cumple

$$\forall n \in N, a_n = \sum_{i=0}^n i$$

**Ejercicio 7****5 puntos**

Encuentre la solución general y particular de la siguiente ecuación en diferencias:

$$a_0 = 0$$

$$a_1 = 1$$

$$a_n + 2a_{n-1} - 3a_{n-2} = 0 \quad n \geq 2$$

**Ejercicio 8****4 puntos**

Sea  $f : Z \rightarrow Z$  definida por  $f(x) = x + 3$  y  $g : Z \rightarrow Z$  definida por  $g(x) = x - 3$ . Indique la respuesta correcta:

1.  $f$  es la inversa de  $g$ .
2.  $f$  es inyectiva y  $g$  no lo es.
3.  $g$  es sobreyectiva y  $f$  no lo es.
4. ninguna de las dos es inyectiva.
5. ninguna de las dos es sobreyectiva.