

Carrera de Tecnólogo en Informática
Matemática Discreta y Lógica 1
Segundo Parcial 18/12/07

Instrucciones

- Se leerá la letra y tendrá dos horas para realizar el parcial a partir de ese momento.
- El parcial es una prueba de carácter individual y no se puede consultar material.
- Lea atentamente la letra antes de contestar cada ejercicio.
- Fundamente todos sus razonamientos.
- El parcial suma 60 puntos.

Ejercicio 0 **1 punto**

Numere las hojas que entregue, incluya nombre y número de cédula en cada hoja y registre en la primer hoja el total de hojas entregadas.

Ejercicio 1 **20 puntos**

Sea $\sigma = \{a, b\}$.

1. Defina inductivamente el lenguaje $L_1 \subseteq \sigma^*$ de las palabras que tienen igual cantidad de letras a que de letras b y tal que todas las letras a aparecen a la izquierda de todas las letras b .
2. Defina funciones $\text{cant}_a : L_1 \rightarrow N$ y $\text{cant}_b : L_1 \rightarrow N$ que cuenten la cantidad de símbolos a y la cantidad de símbolos b de toda palabra de L_1 respectivamente.
3. Enuncia el principio de inducción primitiva para L_1 .
4. Demuestre que para toda palabra $\alpha \in L_1$ se cumple $\text{cant}_a(\alpha) = \text{cant}_b(\alpha)$
5. Demuestre que para toda palabra $\alpha \in L_1$ las letras a están a la izquierda de las letras b .

Ejercicio 2 **4 puntos**

Sea N el conjunto de los números naturales definido inductivamente por las cláusulas:

1. $0 \in N$
2. Si $n \in N$ entonces $n + 1 \in N$

Defina por recursión primitiva una función *triple* : $N \rightarrow N$ que calcule el triple de cada natural.

Ejercicio 3 **5 puntos**

Demuestre que $((p_0 \rightarrow p_1) \wedge (p_0 \vee p_1)) \in Prop.$

De una secuencia de formación para la misma proposición.

Ejercicio 4 **10 puntos**

1. Sean $\phi, \psi \in Prop.$ Demuestre que las proposiciones $(\phi \rightarrow \psi)$ y $(\neg\psi \rightarrow \neg\phi)$ son equivalentes utilizando tablas de verdad.
2. Calcule $(p_0 \wedge p_1)[(\neg\phi)/p_0]$ aplicando la definición de sustitución.

Ejercicio 5 **8 puntos**

Demuestre las siguientes consecuencias lógicas utilizando la definición de valuación:

1. $((\neg\phi) \vee \psi), \phi \models \psi$
2. $(\neg(\phi \wedge (\neg\psi))) \models (\phi \rightarrow \psi)$

Ejercicio 6 **12 puntos**

Construya derivaciones en el sistema de deducción natural para las siguientes proposiciones:

1. $\vdash (\neg(\neg\phi)) \leftrightarrow \phi$
2. $\vdash (\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \sigma)) \rightarrow ((\phi \wedge \psi) \rightarrow \sigma)$
3. $\vdash (\phi \vee \psi) \leftrightarrow (\psi \vee \phi)$