

Simulacro de segundo parcial

Ejercicio 1

Sea $\Sigma = \{a, b, c\}$

- Defina inductivamente el lenguaje $L_1 \subseteq \Sigma^*$ de las palabras que terminan en a
- Defina una función $\text{cant}_a : L_1 \rightarrow \mathbb{N}$ que cuente la cantidad de símbolos a de toda palabra de L_1
- Enuncie el principio de inducción primitiva para L_1
- Demuestre que para toda palabra $\alpha \in L_1$ se cumple que $\text{cant}_a(\alpha) > 0$

Ejercicio 2

Sea \mathbb{N} el conjunto de los números naturales definido inductivamente por las cláusulas:

- $0 \in \mathbb{N}$
- $1 \in \mathbb{N}$
- Si $n \in \mathbb{N}$, entonces $n + 2 \in \mathbb{N}$

Defina una función $\text{doble} : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ que calcule el doble de cada natural.

Ejercicio 3

Defina el conjunto $PROP$ de las proposiciones lógicas, y de una secuencia de formación para las proposiciones:

- $(p_0 \wedge (p_1 \rightarrow p_2))$
- $(p_0 \vee (\neg p_0))$

Ejercicio 4

- Sean $\varphi, \psi \in PROP$, demuestre que las proposiciones $(\varphi \rightarrow \psi)$ y $(\neg\varphi \vee \psi)$ son equivalentes.
- Calcule $(p_0 \vee (\neg p_0)) [(\varphi \rightarrow \psi) / p_0]$, aplicando la definición de sustitución paso por paso.

Ejercicio 5

Demuestre que:

- $\varphi \rightarrow \psi, \varphi \vdash \psi$
- $\varphi \rightarrow \psi, \neg\psi \vdash \neg\varphi$

Ejercicio 6

Construya derivaciones que demuestren:

- $\vdash \varphi \rightarrow (\neg\varphi \rightarrow \psi)$
- $\varphi \vdash \psi \vee (\neg\varphi \rightarrow \psi)$