

Carrera de Tecnólogo en Informática
Matemática Discreta y Lógica 1
Examen 25/02/08

Instrucciones

- Se leerá la letra y tendrá dos horas para realizar el examen a partir de ese momento.
- El examen es una prueba de carácter individual y no se puede consultar material.
- Lea atentamente la letra antes de contestar cada ejercicio.
- A menos que el ejercicio sea de múltiple opción fundamente todos sus razonamientos.
- Los ejercicios múltiple opción bien respondidos suman 4 puntos y mal respondidos restan 1.
- El examen suma 100 puntos.
- Para aprobar son necesarios 60 puntos.

Ejercicio 0 **1 punto**

Numere las hojas que entregue, incluya nombre y número de cédula en cada hoja y registre en la primer hoja el total de hojas entregadas.

Ejercicio 1 **6 puntos**

Sea $A = \{a, b, d, f\}$ y $B = \{b, c, e, g, a\}$. Indique la única respuesta correcta:

1. $A \cap B = \{a, b\}$
2. $A \cup B = \{a, b, c\}$
3. $A - B = \{a, b, d, f, e\}$
4. $B - A = \{a, c, e, g\}$
5. $A \Delta B = \{a\}$

Ejercicio 2 **8 puntos**

Sea la relación "tienen el mismo color de pelo" entre dos personas sin importar el sexo. Demuestre que es una relación de equivalencia. Demuestre que el conjunto cociente tiene al menos 3 elementos.

Ejercicio 3 **9 puntos**

Sea $f : N \times N \rightarrow Z$, $f(x, y) = x - y$,

1. es f inyectiva?
2. es f sobreyectiva?
3. es f invertible?

Ejercicio 4 **8 puntos**

Sea R definida por $A R B$ si $A \subseteq B$. Demuestre que R es un orden parcial sobre $P(Z)$.

Ejercicio 5 **10 puntos**

Considere la relación de recurrencia siguiente:

$$\begin{aligned} a_0 &= 0 \\ a_1 &= 1 \\ a_n &= -a_{n-1} + 6a_{n-2} \quad n \geq 2 \end{aligned}$$

Expresé la relación de recurrencia como una ecuación en diferencias y resuélvala (implica hallar la solución general y particular).

Ejercicio 6 **36 puntos**

1. Defina inductivamente el lenguaje $L_1 \subseteq \Sigma^*$, con $\Sigma = \{a\}$, de las palabras que tienen cantidad par de letras a .
2. Defina una función $\text{cant}_a : L_1 \rightarrow N$ que cuente la cantidad de símbolos a de toda palabra de L_1 .
3. Enuncie el principio de inducción primitiva para L_1 .
4. Demuestre que para toda palabra α de L_1 se cumple $\text{cant}_a(\alpha)$ es par.

Ejercicio 7 **6 puntos**

Demuestre que las proposiciones $\phi \rightarrow \psi$ y $\neg\phi \vee \psi$ son equivalentes utilizando tablas de verdad.

Ejercicio 8 **8 puntos**

Demuestre la siguiente consecuencia lógica utilizando la definición de valoración

$$\phi \rightarrow \psi, \phi \models \psi$$

Ejercicio 9 **8 puntos**

Construya una derivación en el sistema de deducción natural para la siguiente proposición

$$\phi \rightarrow \psi \wedge \psi \rightarrow \sigma \rightarrow \phi \rightarrow \sigma$$