

Carrera de Tecnólogo en Informática
Matemática Discreta y Lógica 1
Examen
13/12/10

Instrucciones

- Se leerá la letra y tendrá dos horas para realizar el examen a partir de ese momento.
- El examen es una prueba de carácter individual y no se puede consultar material.
- Lea atentamente la letra antes de contestar cada ejercicio.
- El examen suma 100 puntos.
- Para aprobar son necesarios 60 puntos.

Ejercicio 0 **1 punto**

Numere las hojas que entregue, incluya nombre y número de cédula en cada hoja y registre en la primer hoja el total de hojas entregadas.

Ejercicio 1 **8 puntos**

Denotamos por N el conjunto de Naturales. Se denota por $P(A)$ el conjunto potencia de A donde $A = \{x \in N/x \text{ es par}\}$. Indique dos elementos finitos en $P(A)$ por extensión. Indique un elemento infinito en $P(A)$ por comprensión.

Ejercicio 2 **9 puntos**

Indique conjuntos A , B y C , tales que se cumplan las siguientes igualdades:

1. $A \cap B = \{2, 4\}$
2. $A \cap C = \{1, 3\}$
3. $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
4. $C - A = \{\}$

Ejercicio 3 **14 puntos**

Considere el conjunto $A = \{a, b, c, d\}$. Sea R una relación de equivalencia en A tal que $(a, b) \in R$, $(a, c) \in R$, $(b, c) \in R$, $(b, d) \notin R$, $(a, d) \notin R$. Indique cuales de las siguientes afirmaciones son ciertas:

1. $(a, a) \in R$
2. $(c, b) \in R$
3. $(c, d) \notin R$
4. $(b, b) \notin R$
5. $(c, c) \in R$
6. $(c, a) \notin R$
7. $(c, a) \in R$

Ejercicio 4 **10 puntos**

Sea $f : Q \rightarrow Q$ definida por la ecuación $f(x) = x/2$. Defina $g : Q \rightarrow Q$ tal que f y g sean inversas. Demuestre f y g son inversas.

Ejercicio 5 **14 puntos**

Sea $A = \{1, 3, 5\}$ y $R \subseteq A \times A$, definida por: $R = \{(1, 1), (3, 3), (5, 5), (1, 3), (3, 5), (1, 5)\}$. Demuestre R es un orden parcial. Es R un orden total?. Indique si tiene maximo, minimo, elemento maximal y minimal y cuales son.

Ejercicio 6 **6 puntos**

Considere $\varphi \in PROP$. Sea $\varphi = (p_0 \rightarrow p_1) \vee (p_0 \wedge p_2)$

1. Indique una secuencia de formación de φ .
2. Indique dos subfórmulas de φ .
3. Indique el resultado de $\varphi[p_3 \vee p_2/p_0]$.

Ejercicio 7 **4 puntos**

Considere la fórmula $(p_0 \vee p_1) \wedge p_1$. Encuentre una fórmula equivalente con menos conectivos.

Ejercicio 8 **10 puntos**

Demuestre las siguientes consecuencias lógicas utilizando la definición de valuación:

- $\neg(\varphi \wedge \psi) \models \neg\psi \vee \neg\varphi$
- $\neg\varphi \vee \psi \models \varphi \rightarrow \psi$

Ejercicio 9 **15 puntos**

1. Defina las reglas de introducción y eliminación del conectivo " $\wedge$ ".
2. Demuestre el siguiente teorema:

$$(\varphi \wedge \psi) \leftrightarrow (\psi \wedge \varphi)$$

Ejercicio 10 **9 puntos**

1. Defina utilizando inducción el conjunto $P3$ de los naturales potencia de 3 que son mayores o iguales que 3.
2. Plantee el principio de inducción primitiva para dicho conjunto.
3. Demuestre utilizando el principio anterior que si $n \in P3$ entonces n es múltiplo de 3.