

Carrera de Tecnólogo en Informática
Matemática Discreta y Lógica 1 - Buceo
Turno Nocturno
Parcial 24/06/10

Instrucciones

- Se leerá la letra y tendrá dos horas para realizar el parcial a partir de ese momento.
- El parcial es una prueba de carácter individual y no se puede consultar material.
- Lea atentamente la letra antes de contestar cada ejercicio.
- Fundamente todos sus razonamientos.
- Se asumen las reglas de precedencia de operadores.
- El parcial suma 50 puntos.

Ejercicio 0 **1 punto**

Numere las hojas que entregue, incluya nombre y número de cédula en cada hoja y registre en la primer hoja el total de hojas entregadas.

Ejercicio 1 **16 puntos**

Sea $\Sigma = \{a, b\}$.

1. Defina inductivamente el lenguaje $L_1 \subseteq \Sigma^*$ de las palabras formadas por letras a y b tales que las letras a están a la derecha de las letras b y tiene el doble de letras a que de letras b. Además la palabra vacía pertenece a L_1 .
2. Defina funciones $\text{cant}_a : L_1 \rightarrow N$ y $\text{cant}_b : L_1 \rightarrow N$ que cuenten la cantidad de símbolos a y la cantidad de símbolos b de toda palabra de L_1 respectivamente.
3. Enuncie el principio de inducción primitiva para L_1 .
4. Demuestre utilizando el principio de inducción primitiva que para toda palabra $\alpha \in L_1$ se cumple $\text{cant}_a(\alpha) = 2 \cdot \text{cant}_b(\alpha)$

Ejercicio 2 **7 puntos**

Defina el lenguaje PROP. Demuestre que $((\neg p_0) \vee p_1) \leftrightarrow p_2 \in PROP$.
Demuestre que $\neg \perp \notin PROP$.

Ejercicio 3 **4 puntos**

Demuestre utilizando tablas de verdad:

- $\neg(\varphi \vee \psi) \leftrightarrow (\neg\varphi \wedge \neg\psi)$
- $(\varphi \rightarrow \neg\psi) \leftrightarrow (\psi \rightarrow \neg\varphi)$

Ejercicio 4 **8 puntos**

Demuestre las siguientes consecuencias lógicas utilizando las definiciones de valuación:

$$\varphi \vee \perp \models \varphi$$
$$\varphi, \varphi \leftrightarrow \psi \models \psi$$

Ejercicio 5 **6 puntos**

Plantee las reglas de deducción natural correspondientes al conectivo \rightarrow .

Ejercicio 6 **8 puntos**

Construya derivaciones en el sistema de deducción natural para las siguientes proposiciones:

1. $\neg(\varphi \wedge \psi) \rightarrow (\psi \rightarrow \neg\varphi)$
2. $(\perp \vee \neg\alpha) \rightarrow \neg\alpha$