

Carrera de Tecnólogo en Informática
Matemática Discreta y Lógica 1
Examen
5/08/11

Instrucciones

- Se leerá la letra y tendrá dos horas para realizar el examen a partir de ese momento.
- El examen es una prueba de carácter individual y no se puede consultar material.
- Lea atentamente la letra antes de contestar cada ejercicio.
- El examen suma 100 puntos.
- Para aprobar son necesarios 60 puntos.

Ejercicio 0 **1 punto**

Numere las hojas que entregue, incluya nombre y número de cédula en cada hoja y registre en la primer hoja el total de hojas entregadas.

Ejercicio 1 **6 puntos**

Demuestre que la siguiente fórmula pertenece a PROP y de una secuencia de formación de la misma:

$$(\neg(c \rightarrow ((b \wedge (\neg a)) \vee c))) \leftrightarrow \perp$$

Ejercicio 2 **6 puntos**

Indique conjuntos A , B y C , tales que se cumplan las siguientes igualdades:

1. $A \cap B = \{2, 4, 5\}$
2. $A \cap C = \{1, 3\}$
3. $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
4. $C - A = \{2, 4, 5\}$

Ejercicio 3 **12 puntos**

Considere la relación T en los reales definida por xTy si y solo si existe un entero n tal que $x, y \in [n, n+1)$. Demuestre T es una relación de equivalencia.

Ejercicio 4 **9 puntos**

Puede minimizarse la expresión $((b \wedge (\neg a)) \vee c)$? Justifique por mapas de Karnaugh.

Ejercicio 5 **14 puntos**

Sea la relación de orden \subseteq sobre $P(N)$ (conjunto potencia de los naturales). Demuestre es un orden parcial. Indique si es un orden total. Indique si tiene mínimo, máximo, elemento minimal, elemento maximal y en caso positivo cuales son. Indique si es un retículo.

Ejercicio 6 **8 puntos**

Considere la relación de recurrencia siguiente:

$$\begin{aligned} a_0 &= 1 \\ a_1 &= 0 \\ a_n &= 5a_{n-1} - 6a_{n-2} \text{ para } n \geq 2 \end{aligned}$$

resuelva la recurrencia, indique solución general y particular.

Ejercicio 7 **6 puntos**

Demuestre las siguiente consecuencia lógica utilizando la definición de valuación:

- $\alpha \wedge \beta, \neg\gamma \models (\alpha \wedge \neg\gamma) \vee \beta$

Ejercicio 8 **10 puntos**

Defina las reglas de introducción y eliminación del conectivo " \neg ".

Ejercicio 9**10 puntos**

Demuestre utilizando deducción natural:

1. $\alpha \wedge \beta \vdash \neg\gamma \rightarrow ((\alpha \wedge \neg\gamma) \vee \beta)$
2. $\alpha \vdash (\alpha \vee (\beta \wedge \delta)) \wedge (\alpha \vee \neg\alpha)$

Ejercicio 10**12 puntos**

1. Defina el conjunto $L \subseteq N$ de los múltiplos de 10.
2. Defina el principio de inducción primitiva sobre L .
3. Demuestre el principio de la parte anterior.
4. Demuestre utilizando el principio anterior que si $\alpha \in L$ entonces L es múltiplo de 5.

Ejercicio 11**6 puntos**

1. Dado el lenguaje $\Gamma = \{a, ab, ac, abc, acc, abcc, accc, abccc, acccc, \dots\}$ defínalo como un conjunto inductivo.
2. Defina una función que cuente la cantidad de letras "c" de una palabra de Γ utilizando el esquema de recursión primitiva.