

Carrera de Tecnólogo en Informática
Matemática Discreta y Lógica 1
Examen
23/12/11

Instrucciones

- Se leerá la letra y tendrá dos horas para realizar el examen a partir de ese momento.
- El examen es una prueba de carácter individual y no se puede consultar material.
- Lea atentamente la letra antes de contestar cada ejercicio.
- El examen suma 100 puntos.
- Para aprobar son necesarios 60 puntos.

Ejercicio 0 **1 punto**

Numere las hojas que entregue, incluya nombre y número de cédula en cada hoja y registre en la primer hoja el total de hojas entregadas.

Ejercicio 1 **5 puntos**

Indique conjuntos A , B y C , tales que se cumplan las siguientes igualdades:

1. $A \cap B = \{1, 3, 4, 5\}$
2. $A \cap C = \{1, 2, 3\}$
3. $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$
4. $C - A = \{6, 8, 9\}$

Ejercicio 2 **14 puntos**

Considere la relación R en las proposiciones definida por $\alpha R \beta$ si $\alpha \leftrightarrow \beta$ es tautología. Demuestre R es una relación de equivalencia. Se sugiere considerar la definición de valuación del \leftrightarrow .

Ejercicio 3 **9 puntos**

Sea $f : N \rightarrow N^+$ (N^+ son los naturales sin el 0) definida por la ecuación $f(x) = x + 1$.

Indique justificando si

1. f es inyectiva
2. f es sobreyectiva
3. f es biyectiva

Ejercicio 4 **14 puntos**

Sea $A = \{1, 2, 4, 6\}$ y $R \subseteq A \times A$, definida por xRy si $x/y \in Z$.

Demuestre R es un orden parcial. Es R un orden total?. Indique si tiene maximo, minimo, elemento maximal y minimal y cuales son. Indique si es un retículo. Justifique.

Ejercicio 5 **8 puntos**

Considere la relación de recurrencia siguiente:

$$\begin{aligned} a_0 &= 0 \\ a_1 &= 2 \\ a_n &= 4a_{n-1} + 5a_{n-2} \text{ para } n \geq 2 \end{aligned}$$

resuelva la recurrencia, indique solución general y particular.

Ejercicio 6 **6 puntos**

Halle la tabla de verdad de la siguiente proposición:

- $(\alpha \leftrightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha))$

Ejercicio 7 **8 puntos**

Demuestre la siguiente consecuencia lógica utilizando la definición de valuación:

- $\alpha \leftrightarrow \beta \models (\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$

Ejercicio 8 **17 puntos**

1. Defina las reglas de introducción y eliminación del conectivo " \leftrightarrow ".
2. Demuestre el siguiente teorema:

$$((\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)) \rightarrow (\alpha \leftrightarrow \beta)$$

Ejercicio 9 **18 puntos**

- a) Defina el conjunto $L \subseteq \{a,b,c,d\}^*$ de las palabras que se forman con bloques (strings) de las cuatro letras a,b,c y d, una a continuación de la otra y en dicho orden.

Por ejemplo:

abcdabcd, abcdabcdabcd pertenecen a L
bcd, no pertenece a L.

- b) Indique tres elementos que pertenezcan a L y tres que no pertenezcan justificando (no utilizar los ejemplos dados en el punto anterior).
- c) Defina la función primitiva recursiva $largo : L \rightarrow N$.
- d) Defina el principio de inducción primitiva sobre L.
- e) Demuestre utilizando el principio anterior que $largo(x)$ es múltiplo de 4 para todo $x \in L$.