

Carrera de Tecnólogo en Informática
Matemática Discreta y Lógica 1 - Buceo
Turno nocturno
2do Parcial
05/07/11

Instrucciones

- Se leerá la letra y tendrá dos horas para realizar el parcial a partir de ese momento.
- El parcial es una prueba de carácter individual y no se puede consultar material.
- Lea atentamente la letra antes de contestar cada ejercicio.
- Fundamente todos sus razonamientos.
- El parcial suma 60 puntos.

Ejercicio 0) (1 punto)

Numere las hojas que entregue, incluya nombre y número de cédula en cada hoja y registre en la primer hoja el total de hojas entregadas.

Ejercicio 1) (18 puntos)

- a) Defina inductivamente el conjunto M de los naturales múltiplos de 15. Consideramos el 0 como múltiplo de cualquier número.
- b) Demuestre indicando como se contruyen que $15 \in M$ y $30 \in M$.
- c) Defina el principio de inducción primitiva para M .
- d) Demuestre el principio de la parte c).
- e) Demuestre utilizando el principio de la parte c) que α es múltiplo de 5 para todo $\alpha \in M$.
- f) Defina una función $f : M \rightarrow N$ por recursión primitiva para la cual sea verdadera que $f(x) = x/5$.

Ejercicio 2) (3 puntos)

De una definición del conjunto $PROP$ y demuestre utilizando dicha definición que:

- a) $\perp \in PROP$
- b) $(p_0 \rightarrow (p_1 \vee (\neg p_2))) \in PROP$

c) $\perp \rightarrow \not\in PROP$.

Ejercicio 3) (3 puntos)

Considere la proposición $\varphi = (p_1 \rightarrow (p_2 \wedge p_3))$

- Indique dos secuencias de formación distintas para φ .
- Indique dos subfórmulas distintas de φ .
- Indique el resultado de la sustitución: $\varphi[(p_1 \vee p_3)/p_2]$

Ejercicio 4) (4 puntos)

Escriba proposiciones equivalentes a las siguientes proposiciones colocando todos los parentesis que falten.

- a) $p_1 \leftrightarrow p_2 \leftrightarrow \neg p_3$
b) $p_0 \wedge p_1 \wedge \neg p_2 \rightarrow p_3$

Ejercicio 5) (10 puntos)

Escriba las tablas de verdad de las siguientes proposiciones:

- a) $(\alpha \wedge \beta) \leftrightarrow (\beta \wedge \alpha)$.
b) $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \wedge \beta)$.

Ejercicio 6) (5 puntos)

Indique una fórmula equivalente a la fórmula φ que se presenta abajo pero con menos conectivos.

$$\varphi = (\alpha \vee \neg \alpha) \wedge \perp$$

Ejercicio 7) (5 puntos)

Demuestre utilizando la definición de valuación que:

$$(\alpha \vee \beta), \neg \beta \models (\alpha \wedge \neg \beta)$$

Ejercicio 8) (10 puntos)

De pruebas en deducción natural de las siguientes proposiciones indicando las reglas aplicadas en cada paso:

- $(\alpha \wedge \beta) \leftrightarrow (\beta \wedge \alpha)$.
- $(\alpha \wedge \beta) \rightarrow (\alpha \vee \beta)$