

**Carrera de Tecnólogo en Informática**  
**Matemática Discreta y Lógica 1 - Buceo**  
**Turno vespertino**  
**2do Parcial**  
**04/07/11**

**Instrucciones**

- Se leerá la letra y tendrá dos horas para realizar el parcial a partir de ese momento.
- El parcial es una prueba de carácter individual y no se puede consultar material.
- Lea atentamente la letra antes de contestar cada ejercicio.
- Fundamente todos sus razonamientos.
- El parcial suma 60 puntos.

Ejercicio 0) (1 punto)

Numere las hojas que entregue, incluya nombre y número de cédula en cada hoja y registre en la primer hoja el total de hojas entregadas.

Ejercicio 1) (15 puntos)

Sea el conjunto  $\Gamma \subseteq \{a, b, c\}^*$  definido inductivamente por las cláusulas:

1.  $a \in \Gamma$
  2.  $b \in \Gamma$
  3.  $c \in \Gamma$
  4. si  $\alpha \in \Gamma$  entonces  $aabac \in \Gamma$
- a) Indique tres elementos que pertenezcan a  $\Gamma$  y dos que no pertenezcan.
  - b) Defina la función  $largo : \Gamma \rightarrow \mathbb{N}$  que cuenta la cantidad de letras en palabras de  $\Gamma$ .
  - c) Defina el principio de inducción primitiva para  $\Gamma$ .
  - d) Demuestre el principio de la parte c).
  - e) Demuestre utilizando el principio de la parte c) que  $largo(\alpha)$  es impar para todo  $\alpha \in \Gamma$ .

Ejercicio 2) (6 puntos)

De una definición del conjunto PROP y demuestre utilizando dicha definición que:

- a)  $\perp \in PROP$
- b)  $(p_0 \vee (p_1 \wedge (\neg p_2))) \in PROP$

c)  $\perp \rightarrow \notin PROP$ .

Ejercicio 3) (4 puntos)

Considere la proposición  $\phi = (p_1 \vee (p_2 \vee p_3))$

- Indique dos secuencias de formación distintas para  $\phi$ .
- Indique dos subfórmulas distintas de  $\phi$ .
- Indique el resultado de la sustitución:  $\phi[(p_1 \vee p_3)/p_1]$

Ejercicio 4) (4 puntos)

Escriba proposiciones equivalentes a las siguientes proposiciones colocando todos los parentesis que falten.

- a)  $p_1 \leftrightarrow p_2 \leftrightarrow \neg p_3$   
b)  $p_0 \wedge p_1 \wedge \neg p_2 \rightarrow p_3$

Ejercicio 5) (10 puntos)

Escriba las tablas de verdad de las siguientes proposiciones:

- a)  $(\alpha \wedge \beta) \rightarrow (\alpha \vee \beta)$ .  
b)  $(\alpha \vee \beta) \rightarrow (\alpha \wedge \beta)$ .

Ejercicio 6) (5 puntos)

Indique una fórmula equivalente a la fórmula  $\phi$  que se presenta abajo pero con menos conectivos.

$$\phi = (\alpha \wedge \neg \alpha) \wedge \beta$$

Ejercicio 7) (5 puntos)

Demuestre utilizando la definición de valuación que:

$$(\alpha \wedge \beta) \models (\alpha \vee \beta) \wedge \alpha$$

Ejercicio 8) (10 puntos)

De pruebas en deducción natural de las siguientes proposiciones indicando las reglas aplicadas en cada paso:

- a)  $(\alpha \wedge \neg \alpha) \rightarrow \perp$   
b)  $\alpha \rightarrow (\neg \alpha \rightarrow \beta)$