Carrera de Tecnólogo en Informática
Matemática Discreta y Lógica 1
2do parcial
Grupo Nocturno
28/06/12

Instrucciones

- Se leerá la letra y tendrá dos horas para realizar el parcial a partir de ese momento.
- El parcial es una prueba de carácter individual y no se puede consultar material.
- Lea atentamente la letra antes de contestar cada ejercicio.
- El parcial suma 60 puntos.

Ejercicio 1 **14 puntos**

Considere $\Sigma = \{a, b\}$. Considere el conjunto L de las palabras en Σ^* que tienen un número par de letras a y un número impar de letras b estando las b a la derecha de la a y siendo la cantidad de b igual a la cantidad de a más 1.

1. Defina el conjunto L .
2. Defina utilizando recursión primitiva funciones cant_a y cant_b que cuenten la cantidad de letras a y la cantidad de letras b .
3. Defina el principio de inducción primitiva para L .
4. Demuestre el principio de la parte 3).
5. Demuestre aplicando el principio de la parte 3) que si $x \in L$ entonces $\text{cant}_b(x) = 1 + \text{cant}_a(x)$.

Ejercicio 2 **12 puntos**

1. Escriba la definición de PROP.
2. Demuestre utilizando la definición de PROP que $((p_0 \wedge p_2) \vee (p_2 \rightarrow (\neg p_3))) \in \text{PROP}$
3. Demuestre utilizando la definición de PROP que $\neg(p_0 \rightarrow (p_1 \notin \text{PROP}))$
4. Considere la fórmula $\varphi = p_1 \rightarrow \neg p_2 \rightarrow p_2 \leftrightarrow p_0$. Coloque todos los paréntesis posibles a φ .

5. Considere la fórmula resultado de la parte 4). De dos secuencias de formación.
6. Considere la fórmula resultado de la parte 4). De dos subfórmulas.
7. Considere la fórmula resultado de la parte 4). Realice la sustitución $\phi[(p_0 \rightarrow p_1)/p_2]$.

Ejercicio 3 **10 puntos**

Considere la siguiente función recursiva no primitiva $f : N \rightarrow N$

1. $f(0) = 1$
2. $f(1) = 2$
3. $f(n + 2) = f(n + 1) + f(n) * (n + 1)$

Demuestre exhaustividad, no superposición y terminación.

Ejercicio 4 **8 puntos**

Demuestre utilizando la definición de valuación

1. $(\neg\alpha \vee \beta), \alpha \models \beta$
2. $(\alpha \leftrightarrow \beta), \alpha \models \beta$

Ejercicio 5 **6 puntos**

Demuestre utilizando tablas de verdad

1. $((\neg\alpha \vee \beta) \wedge \alpha) \rightarrow \beta$
2. $((\alpha \leftrightarrow \beta) \wedge \alpha) \rightarrow \beta$

Ejercicio 6 **10 puntos**

Demuestre utilizando Deducción Natural:

1. $((\alpha \vee \beta) \wedge \neg\alpha) \rightarrow \beta$
2. $((\alpha \leftrightarrow \beta) \wedge \alpha) \rightarrow \beta$