

Carrera de Tecnólogo en Informática
Matemática Discreta y Lógica 1
2do parcial
Turno Vespertino
26/06/12

Instrucciones

- Se leerá la letra y tendrá dos horas para realizar el parcial a partir de ese momento.
- El parcial es una prueba de carácter individual y no se puede consultar material.
- Lea atentamente la letra antes de contestar cada ejercicio.
- El parcial suma 60 puntos.

Ejercicio 1 **14 puntos**

Considere el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$. Considere el lenguaje $L \subseteq \Sigma^* \times N$ formado por las parejas (α, β) tales que β es el largo de α y $\alpha \in \Sigma^*$. Considere en L parejas con primeros elementos todos los elementos en Σ^* .

1. Defina el lenguaje L .
2. Defina el principio de inducción primitiva para L .
3. Demuestre el principio de la parte 2).
4. Demuestre aplicando el principio de la parte 2). que si $(\alpha, \beta) \in L$ entonces β es el largo de α (sugerencia: defina la función *largo*: $\Sigma^* \rightarrow N$).

Ejercicio 2 **12 puntos**

1. Escriba la definición de PROP.
2. Demuestre utilizando la definición de PROP que $((\neg p_0) \rightarrow p_2) \leftrightarrow p_1 \in PROP$
3. Demuestre utilizando la definición de PROP que $\neg p_0 \rightarrow p_1 \notin PROP$
4. Considere la fórmula $\varphi = \neg p_0 \rightarrow p_1 \leftrightarrow p_2 \vee p_0$. Coloque todos los paréntesis posibles a φ .
5. Considere la fórmula resultado de la parte 4). De dos secuencias de formación.

6. Considere la fórmula resultado de la parte 4). De dos subfórmulas.
7. Considere la fórmula resultado de la parte 4). Realice la sustitución $\phi[(p_2 \rightarrow p_1)/p_0]$.

Ejercicio 3 **10 puntos**

Defina utilizando recursión no primitiva la función **resto** : $N \times N^+ \rightarrow N$ que calcula el resto de la división entera.

Demuestre exhaustividad, no superposición y terminación.

Ejercicio 4 **8 puntos**

Demuestre utilizando la definición de valuación

1. $(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha) \models (\alpha \leftrightarrow \beta)$
2. $(\neg\alpha \vee \beta) \wedge (\neg\beta \vee \alpha) \models \alpha \rightarrow \beta$

Ejercicio 5 **6 puntos**

Demuestre utilizando tablas de verdad

1. $((\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)) \rightarrow (\alpha \leftrightarrow \beta)$
2. $((\neg\alpha \vee \beta) \wedge (\neg\beta \vee \alpha)) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$

Ejercicio 6 **10 puntos**

Demuestre utilizando Deducción Natural:

1. $((\alpha \leftrightarrow \beta) \wedge (\neg\alpha)) \rightarrow (\neg\beta)$
2. $((\neg\alpha \vee \beta) \wedge \alpha) \rightarrow \beta$