

Práctico 3

PROP

Ejercicio 1

Demuestre que:

- a) $((((p_0 \wedge p_1) \rightarrow p_2) \wedge p_0) \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2)) \in PROP$
- b) $((((p_0 \vee p_1) \wedge (p_0 \rightarrow \perp)) \leftrightarrow (p_0 \wedge (\neg p_1))) \in PROP$
- c) $p_0 \rightarrow)) \notin PROP$

Ejercicio 2

- a) Defina una función por recursión primitiva que cuente los paréntesis de apertura, $pa : PROP \rightarrow N$ y otra que cuente los paréntesis de cierre, $pc : PROP \rightarrow N$.
- b) Demuestre que para todo $\alpha \in PROP$, se cumple $pa(\alpha) = pc(\alpha)$

Ejercicio 3

De dos secuencias de formación diferentes para la frase de $PROP$, $(p_0 \rightarrow p_1)$

Ejercicio 4

Demuestre que valen las siguientes consecuencias lógicas (a partir de aquí ya estamos usando los abusos usuales de notación):

- a) $\alpha, \beta \vdash \alpha \wedge \beta$
- b) $\alpha \vdash \alpha \vee \beta$
- c) $\beta \vdash \alpha \vee \beta$
- d) $\alpha \wedge \beta \vdash \alpha$
- e) $\alpha \wedge \beta \vdash \beta$
- f) $\alpha \rightarrow \beta, \alpha \vdash \beta$

Ejercicio 5

Demuestre que valen las siguientes consecuencias lógicas (tautologías):

- a) $\vdash \alpha \rightarrow \alpha \vee \beta$
- b) $\vdash \beta \rightarrow \alpha \vee \beta$
- c) $\vdash (\neg \alpha \wedge \neg \beta) \leftrightarrow \neg(\alpha \vee \beta)$
- d) $\vdash \neg \neg \alpha \leftrightarrow \alpha$
- e) $\vdash \neg \alpha \leftrightarrow (\alpha \rightarrow \perp)$

Ejercicio 6

Defina una función $con : PROP \rightarrow N$ que calcule la cantidad de conectivos en una frase de $PROP$ (considere que $\perp$ es un conectivo).