

Práctico 4

Semántica de la lógica proposicional

Ejercicio 1

Considere la siguiente definición alternativa para las valuaciones y estudie si es equivalente a la definida en el teórico.

Una función $v : PROP \rightarrow \{0,1\}$ es una valuación si y sólo si satisface:

- $v(\perp) = 0$
- $v((\alpha \wedge \beta)) = v(\alpha) \cdot v(\beta)$
- $v((\alpha \vee \beta)) = v(\alpha) + v(\beta) - v(\alpha) \cdot v(\beta)$
- $v((\alpha \rightarrow \beta)) = 1 - v(\alpha) + v(\alpha) \cdot v(\beta)$
- $v((\alpha \leftrightarrow \beta)) = 1 - |v(\alpha) - v(\beta)|$
- $v((\neg \alpha)) = 1 - v(\alpha)$

Ejercicio 2

¿Cuáles de las siguientes proposiciones son tautologías?

- a) $(\neg p_0 \vee p_1) \leftrightarrow (p_1 \rightarrow p_0)$
- b) $(p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2)) \leftrightarrow ((p_0 \wedge p_1) \rightarrow p_2)$
- c) $\perp \rightarrow p_0$
- d) $(p_0 \rightarrow p_1) \vee (\neg p_0 \rightarrow p_2)$

Ejercicio 3

Calcule $\varphi[\neg p_0 \rightarrow p_3 / p_0]$ para:

- a) $\varphi = p_1 \wedge p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_3)$
- b) $\varphi = (p_3 \leftrightarrow p_0) \vee (p_2 \rightarrow \neg p_0)$

Ejercicio 4

Demuestre las siguientes tautologías:

- a) $\vDash (\varphi \rightarrow \psi) \leftrightarrow (\neg \psi \rightarrow \neg \varphi)$
- b) $\vDash (\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \sigma) \leftrightarrow (\varphi \rightarrow \sigma)$
- c) $\vDash (\varphi \rightarrow (\psi \wedge \neg \psi)) \rightarrow \neg \varphi$
- d) $\vDash (\varphi \rightarrow \psi) \leftrightarrow (\neg \psi \rightarrow \neg \varphi)$
- e) $\vDash (\varphi \rightarrow \neg \varphi) \rightarrow \neg \varphi$
- f) $\vDash \neg(\varphi \wedge \neg \varphi)$
- g) $\vDash \varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \varphi \wedge \psi)$
- h) $\vDash ((\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \varphi) \rightarrow \varphi$

Ejercicio 5

Demuestre que:

- a) $\varphi \vdash \varphi$
- b) $\varphi \vee \psi, \neg \psi \vdash \varphi$
- c) $\varphi \leftrightarrow \psi, \neg \varphi \vdash \neg \psi$
- d) $\varphi \wedge \psi, \psi \wedge \sigma \vdash \varphi \wedge \sigma$
- e) $\varphi \rightarrow \psi, \neg \varphi \rightarrow \psi \vdash \psi$
- f) Si $\varphi \vdash \psi$ y $\psi \vdash \sigma$, entonces $\varphi \vdash \sigma$
- g) Si $\vdash \varphi \rightarrow \psi$, entonces $\varphi \vdash \psi$

Ejercicio 6

Simplifique las siguientes proposiciones (encuentre una proposición equivalente más corta)

- a) $(\varphi \rightarrow \psi) \wedge \varphi$
- b) $(\varphi \rightarrow \psi) \wedge \neg \varphi$
- c) $(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \psi$
- d) $\varphi \rightarrow (\varphi \wedge \psi)$
- e) $(\varphi \wedge \psi) \vee \varphi$
- f) $(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \varphi$