Práctico 5 Deducción natural

Ejercicio 1

Sean $\varphi, \psi, \sigma \in PROP$. Construya derivaciones que demuestren que las siguientes proposiciones son teoremas del cálculo proposicional.

- a) $\varphi \rightarrow \varphi$
- b) $\perp \rightarrow \varphi$
- c) $\neg(\varphi \wedge \neg\varphi)$
- d) $\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \varphi \wedge \psi)$
- e) $(\varphi \rightarrow \psi) \leftrightarrow \neg(\varphi \wedge \neg\psi)$
- f) $\varphi \vee \neg\varphi$
- g) $(\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \sigma)) \leftrightarrow (\psi \rightarrow (\varphi \rightarrow \sigma))$
- h) $(\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\varphi \rightarrow \neg\psi) \rightarrow \neg\varphi$
- i) $(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow ((\varphi \rightarrow (\varphi \rightarrow \sigma)) \rightarrow (\varphi \rightarrow \sigma))$
- j) $((\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \sigma)) \rightarrow (\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \sigma))$
- k) $((\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \varphi) \rightarrow \varphi$

Ejercicio 2

Sean $\varphi, \psi, \sigma \in PROP$. Construya derivaciones para:

- a) $\varphi \vdash \neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)$
- b) $\psi \vdash \neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)$
- c) $\neg(\varphi \wedge \neg\psi), \varphi \vdash \psi$
- d) $\neg\varphi \vdash (\varphi \rightarrow \psi) \leftrightarrow \neg\varphi$
- e) $\neg\varphi \vdash \varphi \rightarrow \psi$
- f) $\vdash \varphi \vee \psi \leftrightarrow \neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)$

Ejercicio 3

Sean $\varphi, \psi \in PROP$. Construya derivaciones para:

- a) $\vdash \varphi \vee \psi \rightarrow \psi \vee \varphi$
- b) $\vdash \varphi \vee \varphi \rightarrow \varphi$
- c) $\vdash \varphi \vee \neg\varphi$
- d) $\vdash (\varphi \vee \psi) \leftrightarrow ((\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \psi)$
- e) $\vdash (\varphi \rightarrow \psi) \leftrightarrow (\neg\varphi \vee \psi)$
- f) $\vdash (\varphi \rightarrow \psi) \vee (\psi \rightarrow \varphi)$