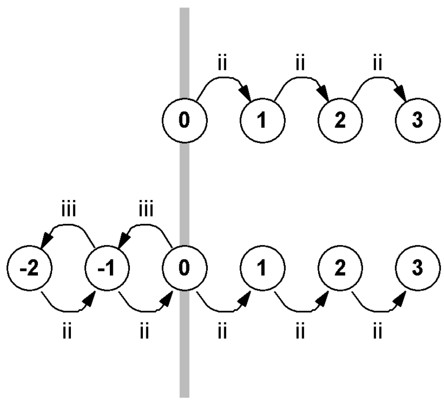
Definiciones inductivas libres y no libres

Decimos que la definición inductiva de un conjunto es libre cuando cada elemento del conjunto se construye de una única manera. Un ejemplo de definición inductiva no libre es la siguiente:

Definimos Z inductivamente con las siguientes cláusulas:

i. $0 \in Z$
ii. Si $x \in Z$, entonces $x+1 \in Z$
iii. Si $x \in Z$, entonces $x-1 \in Z$

Con esta definición inductiva, el elemento 3 se puede construir de varias (infinitas) maneras:



Las definiciones inductivas que no son libres traen problemas para definir funciones usando esquemas de recursión. Por ejemplo:

$f : Z \to Z$ definida por:

i. $f(0) := 1$
ii. $f(n+1) := 2 + f(n)$
iii. $f(n-1) := 3 + f(n)$

¿Es f una función? ¿Cuánto vale $f(3)$?

Resumen de lo que hemos visto

Sea A un conjunto definido inductivamente:

- Si la definición de A es libre se puede usar recursión primitiva sin problemas
- Si se necesita utilizar recursión no primitiva hay que probar exhaustividad, no superposición y terminación
- Si la definición de A no es libre, además hay que probar la unicidad de la solución (los casos repetidos dan el mismo resultado)