

Ejercicio 1) Para el grafo de la figura 1 determine:

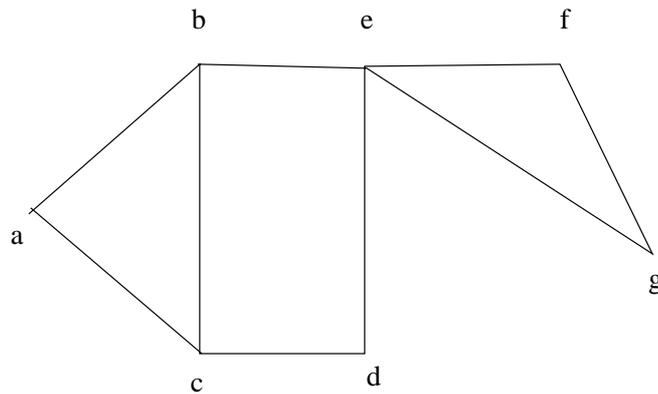


Figura 1:

1. un camino simple de b a d.
2. un camino no simple de b a d.
3. un ciclo simple de b a b.
4. un ciclo no simple de b a b.

Ejercicio 2) En la misma figura que el ejercicio 1), cuántos caminos simples de b a f hay?

Ejercicio 3) Si a, b son vértices de un grafo no dirigido conexo G , la distancia de a a b se define como la longitud del camino más corto de a a b . Para el grafo de la figura 1 hallese la distancia desde b a los restantes vértices de G .

Ejercicio 4) Un sistema de carreteras comunica siete pueblos: a, b, c, d, e, f, g como sigue:

1. $I - 22$ comunica a y c pasando por b
2. $I - 33$ comunica c y d y despues pasa por b hasta llegar a f
3. $I - 44$ comunica d y a pasando por e
4. $I - 55$ comunica f y b pasando por g

5. $I - 66$ comunica g y d

- a) Utilizando vértices para representar los pueblos y aristas dirigidas para los tramos de carretera que los unen dibújese un grafo dirigido que ilustre esta situación.
- b) Listense los caminos simples de g a a .
- c)Cuál es el menor número de tramos de carretera que tendrían que cerrarse para interrumpir el paso de b a d ?
- d) Es posible salir del pueblo c y regresar a él visitando una sola vez los demás?
- e) Cúal es la respuesta a d) si no es necesario regresar a c ?
- f) Es posible comenzar en algún pueblo y viajar por todas las carreteras mencionadas exactamente una vez? (se permite visitar un pueblo más de una vez y no es necesario regresar al pueblo en el que se inicio el recorrido).

Ejercicio 5) Sea $G = (V, A)$ un grafo no dirigido conexo, y sea $\{a, b\}$ una arista de G . Demuéstrese que $\{a, b\}$ es parte de un ciclo si y solo si al eliminarla (los vértices a y b permanecen) no hacen no conexo a G .

Ejercicio 6) Dé un ejemplo de tres grafos conexos G en el que eliminando cualquier arista de G se obtenga un grafo no conexo.

Ejercicio 7) Sea G un grafo no dirigido que cumple la condición del ejercicio 7).

1. Tiene que ser G un grafo sin lazos?
2. Podría ser G un multigrafo?
3. Si G tiene n vértices se puede determinar cuantas aristas tiene?

Ejercicio 9)

1. Si $G = (V, A)$ es un grafo no dirigido con $|V| = v$, $|A| = a$ (no multigrafo) y sin lazos, demuéstrese que $2a \leq v^2 - v$.
2. Enúnciese la desigualdad correspondiente en caso de que G sea dirigido.

Ejercicio 9) Sea $G = (V, A)$ un grafo no dirigido. Defínase una relación R en V con aRb si $a = b$ o existe un camino en G de a a b . Demuéstrese que R es una relación de equivalencia. Cuáles son las clases de equivalencia?.

Ejercicio 10) Sea G un grafo (sin lazos) no dirigido con n vértices y a aristas. Cuantas aristas hay en \bar{G} .

Ejercicio 11) Si G_1 y G_2 son grafos no dirigidos (sin lazos) demuéstrese que G_1 y G_2 son isomorfos si y solo si $\overline{G_1}$ y $\overline{G_2}$ son isomorfos.

Ejercicio 12)

1. Halle un grafo G donde G y \overline{G} sean conexos.
2. Si G es un grafo de n vértices, $n \geq 2$ y G no es conexo demuestre que \overline{G} es conexo.