

Primer Parcial de Matemática Discreta y Lógica I
Curso 2013

El parcial dura dos horas y media. Es individual y sin material y vale un total de 40 puntos. Numere y escriba sus datos en todas las hojas que vaya a entregar. Por favor sea prolijo. ¡Éxitos!¹

Ejercicio 1. - Sede LATU

Considere los conjuntos $A = \{5, 15, 25, \dots\}$ y $B = \{1, -1\}$.

1. Defina los conjuntos A y B por compresión.
2. Defina A como un conjunto inductivo.
3. Defina B como un conjunto inductivo.
4. Enuncie el Principio de Inducción Primitiva para A y demuestre que todo elemento de A se puede escribir de la forma $5 \cdot n$ con $n \in \mathbb{N}$ (considere que $0 \in \mathbb{N}$).

Ejercicio 1 - Sede Buceo

1. Definimos $\Gamma(A, B) = \{x : x \in A \vee x \in B \text{ pero no ambos}\}$. Demuestre $\Gamma(A, B) = A \Delta B$ demostrando la inclusión mutua.
2. Dibuje el diagrama de Karnaugh para la función $f(x, y, z) = \bar{y}z + xyz$. Indique la expresión simplificada.

Ejercicio 2. Considere los conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $B = \{3, 6\}$.

1. Determine $A \cap B$.
2. Determine $A \cup B$.
3. Determine $A - B$ y $B - A$.
4. ¿Cuántos elementos tiene el conjunto potencia² de A ?

Ejercicio 3. Considere el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ y la relación $\mathcal{R}$ en A dada por $\mathcal{R} = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (1, 3), (3, 4), (3, 1), (4, 3), (1, 4), (4, 1), (2, 5), (5, 2)\}$.

- Construya su matriz asociada y su digrafo.
- ¿Qué propiedades cumple $\mathcal{R}$? ¿Qué propiedades no cumple?
- ¿Es una función? Justifique.
- ¿Es una relación de orden? En caso afirmativo, realice su diagrama de Hasse.
- ¿Es una relación de equivalencia? En caso afirmativo, determine su conjunto cociente.

¹Puntajes: Ej. 1: 10 puntos. Ej. 2: 5 puntos. Ej. 3: 10 puntos. Ej. 4: 5 puntos. Ej. 5: 10 puntos.

²es decir, el conjunto de todos los subconjuntos

Ejercicio 4. Considere la función $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definida por $f(x, y) = 2x + y$.

1. ¿Es f inyectiva? Justifique.
2. ¿Es f sobreyectiva? Justifique.
3. Es f biyectiva? Justifique. En caso afirmativo, determine su función inversa.

Ejercicio 5. 1. Una población de bacterias se multiplica de la siguiente forma: inicialmente hay dos bacterias; un segundo después, hay cinco. Un segundo después, ocho. Un segundo después, once, etc.. Escriba una ecuación en recurrencia que defina la cantidad de bacterias que habrá en un instante n .

2. Considere la ecuación en recurrencia $a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n$ con $a_0 = 0$, $a_1 = 1$. Determine el término a_n en función de n y halle a_{50} .
-