

**Carrera de Tecnólogo en Informática  
Matemática Discreta y Lógica 2**

**Examen  
Montevideo, Buceo  
21/12/12**

Ejercicio 1) 10 puntos

Sea  $G = (V, A)$  un grafo no dirigido conexo sin lazos. Si  $|A| = 4|V| - 23$ , el grafo tiene 2 vértices de grado 3, 2 de grado 2, y los restantes de grado 1, cuanto valen  $|V|$  y  $|A|$ ?

Ejercicio 2) 20 puntos

Sea  $G$  un grafo no dirigido que tiene ciclo de Euler y ciclo de Hamilton.

1. Puede  $G$  tener un vértice de grado 1 y el resto de grado 2? Justifique.
2. Puede  $G$  tener todos los vértices de grado 2? Justifique.
3. Puede  $G$  tener un vértice de grado 3 y el resto de grado 1? Justifique.
4. Puede  $G$  tener un vértice de grado 4 y el resto de grado 2? Justifique.
5. Puede  $G$  tener dos vértices de grado 4 y el resto de grado 2? Justifique.

Ejercicio 3) 10 puntos

Dibuje un grafo no dirigido de cuatro vértices que sea isomorfo a su complemento. Indique el isomorfismo y demuestre lo es.

Ejercicio 4) 24 puntos

a) Defina una estructura con tipo de similaridad:

$(1, 2, 2; 2, 1, 3; 4)$

b) Escriba un Alfabeto para el tipo de la parte a).

- c) Escriba 2 terminos cerrados para el lenguaje TERM con alfabeto el de la parte b) (uno en el que ocurra un símbolo de función y otro en el que no ocurra).
- d) Escriba 2 terminos abiertos para el lenguaje TERM con alfabeto el de la parte b)(uno en el que ocurra un símbolo de función y otro en el que no ocurra).
- e) Escriba tres fórmulas atómicas para el lenguaje FORM con alfabeto el de la parte b)(una para cada símbolo de predicado, una abierta y dos cerradas).
- f) Escriba dos fórmulas no atómicas para el lenguaje FORM con alfabeto el de la parte b) (una abierta y otra cerrada).

Ejercicio 5)

24 puntos

Considere la estructura y el alfabeto del ejercicio 4. Indique para cada símbolo del alfabeto con que objeto de la estructura se corresponde. Interprete los términos cerrados y las fórmulas cerradas del ejercicio 4) partes c), e) y f).

Ejercicio 6) GRUPO BUCEO

12 puntos

1. Demuestre la siguiente sentencia utilizando la relación de satisfacción:

$$\models (\forall x.A(x) \wedge \exists x.B(x)) \rightarrow (\exists x.(A(x) \wedge B(x)))$$

2. Demuestre dando un contraejemplo:

$$\not\models (\exists x.A(x) \wedge \exists x.B(x)) \rightarrow (\forall x.(A(x) \wedge B(x)))$$

Ejercicio 6) GRUPO LATU

12 puntos

1. Demuestre que si  $G$  es un grafo tal que al quitar cualquier arista se vuelve no conexo, entonces  $G$  es un árbol.
2. Demuestre que si  $G$  es un grafo conexo que tiene una arista tal que al quitarla sigue siendo conexo entonces la arista forma parte de un ciclo.