

Carrera de Tecnólogo en Informática
Matemática Discreta y Lógica 2
Examen
Montevideo, Vespertino
13/12/16

Instrucciones

- Se leerá la letra y se tendrán **tres (3)** horas de realizar el parcial a partir de ese momento.
- El parcial es una prueba de carácter **individual** y no se puede consultar material
- Toda respuesta debe estar fundamentada
- El parcial suma **60 puntos**
- Numerar todas las hojas e incluir en cada una su nombre y cedula de Identidad, escribir con lápiz y poner en la primera hoja la cantidad de hojas entregadas

Ejercicio 1 (20 puntos)

Sea L un lenguaje de primer orden con igualdad de tipo de similaridad $\langle -, 2; 1 \rangle$ cuyo alfabeto cuenta con el símbolo '=', el símbolo de función f, el símbolo de constante c, los conectivos \neg y \rightarrow , el cuantificador universal \forall , las variables y los símbolos auxiliares habituales. Considere además la estructura $M = \langle \mathbb{N}, +, 1 \rangle$.

- a. Defina inductivamente el conjunto TERM de los términos y el conjunto FORM de las fórmulas correspondientes al lenguaje L.
- b. Defina una función swap: $TERM \rightarrow TERM$ que intercambia los argumentos de cada símbolo de función f. Por ejemplo $swap(f(c, f(x, y))) = f(f(y, x), c)$.
- c. Demuestre inductivamente que para todo $t \in TERM_c$, $M \models t = swap(t)$ donde $TERM_c$ es el conjunto de los términos cerrados.

Ejercicio 2: (20 puntos)

Halle una estructura M_1 , tal que:

$$M_1 \models (P(x, y) \wedge P(x, z)) \rightarrow y = z \text{ pero } M_1 \not\models P(x, y) \rightarrow P(y, x)$$

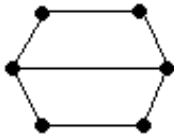
Ejercicio 3: (20 puntos)

Construya la siguiente derivación:

$$\vdash \neg (\forall x) \neg (\neg \alpha \vee \beta) \rightarrow (\exists x) (\alpha \rightarrow \beta)$$

Ejercicio 4: (20 puntos)

Hallar todos los subgrafos recubridores conexos no isomorfos del grafo de la figura.

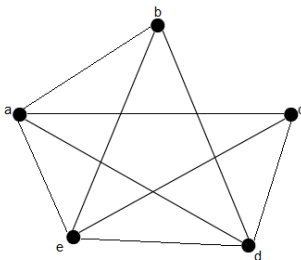


Ejercicio 5: (20 puntos)

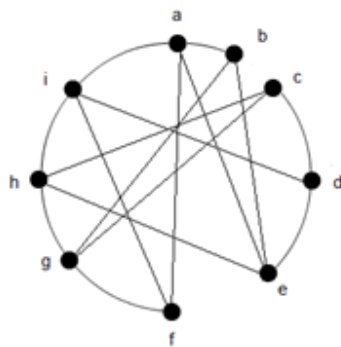
a) Enuncie el teorema de Kuratowsky

b) Determine si los siguientes grafos son planos. Si lo son dibuje su representación sin aristas solapadas. Si no lo es, justifique.

G1



G2



G3

