

Matemática Discreta y Lógica 2

Práctico 3

1) Sea $\alpha = (N, +, \cdot, s, 0)$ y L un lenguaje de tipo $(-; 2, 2, 1; 1)$. Considere L extendido.

1. Dar dos términos distintos $t \in L$ tal que $t^\alpha = 5$,
2. Muestre que para cada número natural $n \in N$ existe un término t tal que $t^\alpha = n$
3. Muestre que para cada $n \in N$ existen infinitos términos t tal que $t^\alpha = n$

2) Sea α la estructura del ejercicio 1) Práctico 1) parte 5). Evalúe los siguientes términos de $L(\alpha)$ (los símbolos $\rightarrow, \leftrightarrow, \vee$ y \neg se refieren tanto a las funciones en la estructura como a los símbolos del lenguaje).

1. $((\bar{1} \rightarrow \bar{0}) \leftrightarrow \neg \bar{0})^\alpha$
2. $(\bar{1} \rightarrow \neg(\neg \bar{0} \vee \bar{1}))^\alpha$

3) Sea α la estructura del ejercicio 1) Práctico 1) parte 2). Evalúe los siguientes términos de $L(\alpha)$

1. $P(S(\bar{4}), \bar{3})^\alpha$
2. $M(\bar{2}, P(\bar{2}, \bar{5}))^\alpha$

donde P es la función que representa "+", S representa sucesor y M representa "."

4) Sea α la estructura del ejercicio 1) Práctico 1) parte 3). Evalúe los siguientes términos de $L(\alpha)$

1. $I(U(\bar{\{ \}}, \bar{\{2, 3, 5\}}), \bar{\{2, 5\}})^\alpha$
2. $I(U(U(\bar{\{ \}}, \bar{\{1\}}), \bar{\{2\}}), \bar{\{3\}})^\alpha$

donde U representa \cup y I representa \cap .

5) Demostrar partes 1,2,3,5 y 6 del Lema 4.7.

6) Para sentencias σ tenemos $\alpha \models \sigma$ o $\alpha \models \neg \sigma$. Demuestre que esto no se cumple para σ con $FV(\sigma) \neq \{ \}$.

7) Muestre que $\alpha \models \phi \Rightarrow \alpha \models \psi$ para todo α implica $\models \phi \Rightarrow \models \psi$.