

Matemática Discreta y Lógica 2

Práctico 4

1) Sea $x \notin FV(\psi)$. Demuestre:

1. $\models (\psi \rightarrow \exists x\phi) \leftrightarrow \exists x(\psi \rightarrow \phi)$

2. $\models (\psi \rightarrow \forall x\phi) \leftrightarrow \forall x(\psi \rightarrow \phi)$

3. $\models (\forall x\phi \rightarrow \psi) \leftrightarrow \exists x(\phi \rightarrow \psi)$

4. $\models (\exists x\phi \rightarrow \psi) \leftrightarrow \forall x(\phi \rightarrow \psi)$

2) Demuestre que $\models \phi \Rightarrow \models \forall x\phi$ y $\models \exists x\phi$.

3) Demuestre que $\not\models \exists x\phi \rightarrow \forall x\phi$.

4) Demuestre que $\not\models \exists x\phi \wedge \exists x\psi \rightarrow \exists x(\phi \wedge \psi)$.

5) Demuestre:

1. $\models \forall x(\phi \rightarrow \psi) \rightarrow (\forall x\phi \rightarrow \forall x\psi)$

2. $\models \forall x(\phi \leftrightarrow \psi) \rightarrow (\forall x\phi \leftrightarrow \forall x\psi)$

3. $\models (\exists x\phi \rightarrow \exists x\psi) \rightarrow \exists x(\phi \rightarrow \psi)$

4. $\models (\forall x\phi \rightarrow \exists x\psi) \leftrightarrow \exists x(\phi \rightarrow \psi)$

5. $\models (\exists x\phi \rightarrow \forall x\psi) \rightarrow \forall x(\phi \rightarrow \psi)$

6) Sea S un símbolo de predicado binario. Demuestre que $\models \neg\exists y\forall x(S(y, x) \leftrightarrow \neg S(x, x))$.

7) Sea ϕ un símbolo de predicado unario, demuestre $\models \exists x(\phi(x) \rightarrow \forall y\phi(y))$.