

Ejercicio 1) Dése un ejemplo de grafo conexo que:

1. No tenga ni ciclo de Euler ni ciclo de Hamilton
2. Tenga un ciclo de Euler pero ningún ciclo de Hamilton
3. Tenga un ciclo de Hamilton pero ninguno de Euler
4. Tenga un ciclo de Hamilton y otro de Euler

Ejercicio 2) Caracterícese el tipo de grafo en el que un camino (ciclo) de Euler sea también un camino (ciclo) de Hamilton.

Ejercicio 3) Hallese un ciclo de Hamilton para el siguiente grafo

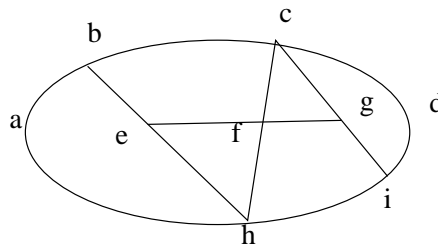


Figura 1:

Ejercicio 4)

1. Muéstrese que el grafo de Petersen, figura 2, no contiene ningún ciclo de Hamilton pero sí un camino de Hamilton.
2. Muéstrese que si cualquier vértice (y las aristas incidentes a él) se eliminan del grafo de Petersen entonces el subgrafo resultante tiene un ciclo de Hamilton.

Ejercicio 5)

1. Para $n \geq 3$ cuántos ciclos de Hamilton distintos hay en el grafo completo K_n ?
2. Probar por inducción en n , n impar que K_n tiene $(n-1)/2$ ciclos disjuntos.

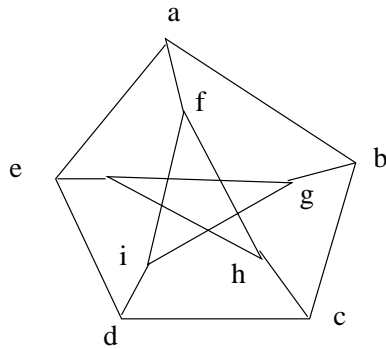


Figura 2:

- Diecinueve estudiantes de una escuela de enfermería juegan todos los días a tomarse de la mano para formar un círculo. Durante cuantos días pueden hacer esto sin que ninguna estudiante se tome de la mano de la misma compaera dos veces?

Ejercicio 6) Hállese un contraejemplo del converso del teorema 4.4.

Ejercicio 7) Sea $n = 2^k, k \in \mathbb{Z}^+$. Se utilizan las n sucesiones de k -bits (de ceros y unos) para representar $1, 2, \dots, n$, de modo que para dos enteros consecutivos $i, i + 1$ las sucesiones de k -bits correspondientes difieren en exactamente una componente. Esta representación se denomina código de Gray. Para $k = 3$, utilícese un modelo de grafo con $V = \{000, 001, 010, \dots, 111\}$ para hallar un código para $1, 2, 3, \dots, 8$. Cómo se relaciona esto con el concepto de camino de Hamilton?.

Ejercicio 8) Si $G = (V, A)$ es un grafo no dirigido, un subconjunto I de V se denomina *independiente* si no hay dos vértices adyacentes en I . Un conjunto independiente se denomina maximal si no puede añadirse ningún vértice v a I con $I \cup \{v\}$ independiente. El número de independencia de G denotado por $\beta(G)$ es el tamaño de cualquier conjunto independiente maximal de G .

- Para cada grafo de las figuras 3 y 4, hallense dos conjuntos independientes maximales.
- Hállese $\beta(G)$ para cada grafo del apartado 1)
- Sea I un conjunto independiente de $G = (V, A)$, Qué tipo de subgrafo determina I en \overline{G} ?

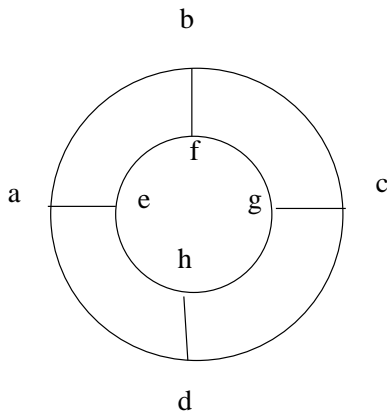


Figura 3:

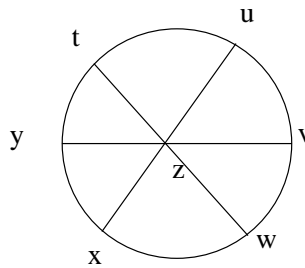


Figura 4:

Ejercicio 9) Sea $G = (V, A)$ un grafo no dirigido con I como conjunto independiente. Para cada $b \in I$ y cualquier ciclo de Hamilton C para G , habrá $grad(b) - 2$ aristas de A que son incidentes con b y no en C . Por tanto hay $\sum_{b \in I} [grad(b) - 2] = \sum_{b \in I} grad(b) - 2|I|$ aristas de A que no aparecen en C .

1. Porqué son diferentes estas $\sum_{b \in I} grad(b) - 2|I|$ aristas?
2. Sea $v = |V|, a = |A|$. Demuéstrese que si $a - \sum_{b \in I} grad(b) + 2|I| < v$, entonces G no tiene ningún ciclo de Hamilton.
3. Seleccione un conjunto independiente I apropiado y utilícese el apartado 2) para mostrar que el grafo de la figura 5 no tiene ciclo de Hamilton.

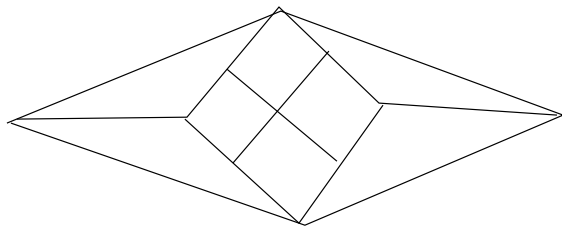


Figura 5: