Montevideo, Lunes 19 de Julio de 2010

TECNOLOGO INFORMATICO – EXAMEN DE PROBABILIDAD

Ejercicio 1)

a) Se sugiere usar la función de Distribución de Poisson

La probabilidad de que exista un accidente por cada día de trabajo, es de 0,02. Si se trabajan 300 días al año ¿cuál es la probabilidad de que se produzcan 3 accidentes?

b) Sobre cálculo de Probabilidades

1) En un juego una persona recibe 15 pesetas cuando saca una sota o un caballo y recibe 5 pesetas si saca un rey o un as de una baraja española con 40 cartas. Si saca cualquier otra carta tiene que pagar 4 pesetas ¿Cuál es la ganancia esperada para una persona que entra en el juego?

2) El 40% de las declaraciones del impuesto sobre la renta son positivas. Un 10% de las que resultaron positivas lo fueron como consecuencia de errores aritméticos en la realización de la declaración.
Si hay un 5% de declaraciones con errores aritméticos, ¿qué porcentaje de estas resultaron positivas?

<u>Soluciones:</u>

Parte a

Como p=0,02 es < 0,1 y n*p = 300*0,02 = 6, o sea menor que 10, entonces aplico la función de distribución de Poisson para x = 3

$$\boxed{P(x=3) = e^{-6} * \frac{6^3}{3!}}$$

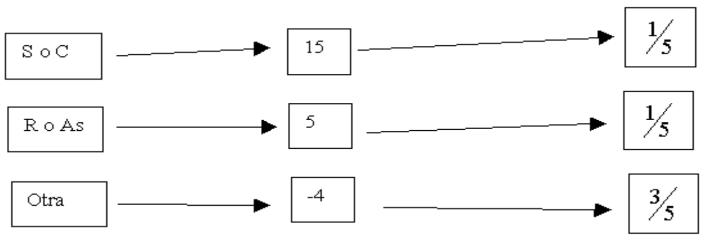
O sea se tiene una probabilidad de 8,92 %.

Parte b

a El espacio muestral sería : {(sota o caballo), (rey o as), (otra carta)}

A cada uno de esto elementos asignamos la cantidad que ganamos o perdemos, ganacias positivas y pérdidas negativas, calculamos las probabilidades de cada uno de los sucesos:

$$P(sota\ o\ caballo) = \frac{8}{40} = \frac{1}{5} \qquad P(rey\ o\ as) = \frac{8}{40} \qquad P(otra\ carta) = \frac{24}{40} = \frac{3}{5}$$

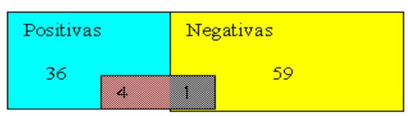


La ganancia esperada es la esperanza matemática de la distribución discreta:

$$\mu = \sum_{i=1}^{3} x_i \cdot p_i = 15 \cdot \frac{1}{5} + 5 \cdot \frac{1}{5} - 4 \cdot \frac{3}{5} = \frac{8}{5} = 1{,}6$$

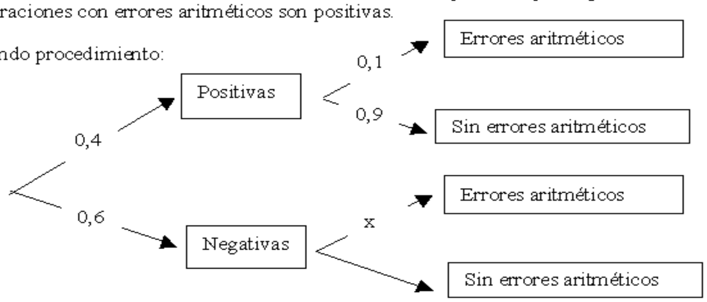
b Vamos a resolverlo utilizando dos procedimientos:

Primer procedimiento. Como el 10% de 40 es 4 y de un total de 100, 5 tienen errores aritméticos, negativas con errores aritméticos hay 1



Es decir de 5 declaraciones con errores aritméticos, 4 son positivas y 1 negativa. Por tanto el 80% de declaraciones con errores aritméticos son positivas.

Segundo procedimiento:



Lo que debemos calcular es la probabilidad de que la declaración sea positiva sabiendo que contiene errores aritméticos.
Como la probabilidad de que la declaración tenga errores aritméticos es 0,05, sigue:

$$P(errores\ aritméticos) = 0{,}05 = 0{,}4 \cdot 0{,}1 + 0{,}6 \cdot x \quad \Rightarrow \quad 0{,}06 \cdot x = 0{,}01 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{0{,}01}{0.06}$$

$$P(Positiva / Errores) = \frac{P(Positiva \cap Errores)}{p(errores)} = \frac{0{,}4 \cdot 0{,}1}{0{,}05} = 0{,}8$$

El 80% de las declaraciones que tienen errores aritméticos son positivas

Ejercicio 2)

a) Se sugiere distribución Normal

Cierto tipo de batería dura un promedio de 3 años, con una desviación típica de 0,5 años. Suponiendo que la duración de las baterías es una variable normal:
1) ¿Qué porcentaje de baterías se espera que duren entre 2 y 4 años?
2) Si una batería lleva funcionando 3 años. ¿Cuál es la probabilidad de que dure menos de 4,5 años?

b) Se sugiere distribución Binomial

En un cierto instituto, el curso pasado aprobó la Filosofía el 80% de los alumnos de COU. ¿Cuál es la probabilidad de que, de un grupo de 8 alumnos elegidos al azar, sólo dos hubieran suspendido la Filosofía?

Soluciones:

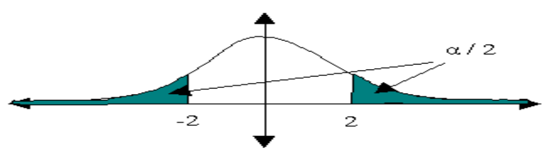
Parte a)

Par

1 Normalizamos los valores de 2 y 4

$$2 \longrightarrow \frac{2-3}{0,5} = -2 \quad y \quad 4 \longrightarrow \frac{4-3}{0,5} = 2$$

Tenemos que calcular : $P(-2 < z \leq 2)$

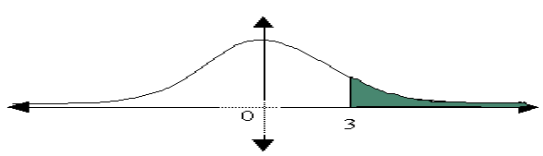


$$P(-2 < z \leq 2) = 1 - \alpha = 1 - 2(1 - P(z \leq 2)) = 1 - 2(1 - 0,9772) = 0,9544$$

Luego el porcentaje de baterías es del 95,44%

2 Será la probabilidad de que dure entre 3 y 4,5 años. De nuevo normalizamos:

$$3 \longrightarrow \frac{3-3}{0,5} = 0 \quad y \quad 4,5 \longrightarrow \frac{4,5-3}{0,5} = 3$$



$$P(0 < z \leq 3) = P(z \leq 3) - 0,5 = 0,9987 - 0,5 = 0,4987$$

Parte b)

P=0,8 y q=0,2. La probabilidad de solo dos suspensos es la misma que la de 6 aprobados:

$$P(6\ aprobados) = \binom{8}{6} \cdot 0,8^6 \cdot 0,2^2 = \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot 0,262 \cdot 0,04 = 0,2934$$