

Montevideo, Viernes 9 de Diciembre de 2011-12-09

2º PARCIAL PRÁCTICO DE PYE 2011

Ejercicio 1)

a) Tres personas lanzan al aire dos monedas cada una. Si X es una V.A. que mide el número de personas que obtienen dos caras. Calcular:

- 1. La función de probabilidad**
- 2. La probabilidad que el número de personas que obtengan dos caras sean dos**
- 3. La probabilidad que sean dos o más**

Solución:

1. La probabilidad de que salgan dos caras será $(1/2).(1/2) = 1/4$ que significa la probabilidad de éxito, por tanto se trata de una $B(3, 1/4)$

2. Para calcular la probabilidad de $P[X = 2] = C_2^3 (1/4)^2 (3/4) = 0,140625$.

3. La $P[X \geq 2] = 1 - P[X < 2] = 1 - P[X \leq 1] = 1 - (P[X = 0] + P[X = 1]) = 1 - (0,4218 + 0,4218) = 0,1564$

b) Las llegadas de vehículos a una gasolinera siguen una distribución de Poisson de parámetro 1,6 por hora. Calcular:

- 1. La probabilidad que el número de llegadas por hora, sea superior a tres.**
- 2. La probabilidad de que el número de llegadas, este entre 2 y 5.**

Solución:

1. $P[X > 3] = 1 - P[X \leq 3] = 1 - (P[X = 0] + P[X = 1] + P[X = 2] + P[X = 3]) = 1 - (0,2019 + 0,323 + 0,2584 + 0,1378) = 0,0789$

2. $P[2 \leq X \leq 5] = P[X = 2] + P[X = 3] + P[X = 4] + P[X = 5] = 0,2584 + 0,1378 + 0,0881 + 0,0176 = 0,4689$.

c) De un lote de 10 proyectiles, 4 se seleccionan al azar y se disparan. Si el lote contiene 3 proyectiles defectuosos que no explotarán, ¿cuál es la probabilidad de que, a) los 4 exploten?, b) al menos 2 no exploten?

Solución:

a) N = 10 proyectiles en total

a = 7 proyectiles que explotan

n = 4 proyectiles seleccionados

x = 0, 1, 2, 3 o 4 proyectiles que explotan = variable que nos define el número de proyectiles que explotan entre la muestra que se dispara

$$p(x = 4; n = 4) = \frac{{}_7C_4 \cdot {}_3C_0}{{}_{10}C_4} = \frac{(35)(1)}{210} = \frac{35}{210} = 0.16667$$

b) N = 10 proyectiles en total

a = 3 proyectiles que no explotan

n = 4 proyectiles seleccionados

x = 0, 1, 2 o 3 proyectiles que no explotan

p(al menos 2 no exploten) = p(2 o más proyectiles no exploten) = p(x = 2 o 3; n=4) =

$$= \frac{{}_3C_2 \cdot {}_7C_2 + {}_3C_3 \cdot {}_7C_1}{{}_{10}C_4} = \frac{(3)(21) + (1)(7)}{210} = \frac{63 + 7}{210} = \frac{70}{210} = 0.333333$$

d) Sea X una V.A. asociada a una N(2, 4), calcular:

1. P[X < 10]

2. P[X > 10]

3. P[X < 1]

4. Calcular k, para que P[X < k] = 0,95

Solución:

$$1. P[X < 10] = P\left[Z < \frac{10 - 2}{4}\right] = P[Z < 2] = 0,9772$$

$$2. P[X > 10] = 1 - P[X < 10] = 1 - 0,9772 = 0,0228$$

$$3. P[X < 1] = P[Z < -0,25] = 1 - P[Z < 0,25] = 0,4013$$

4. $0,95 = P[X < h] = P[Z < \frac{h-2}{4}]$, en la tabla vemos que el valor al cual corresponde esta probabilidad es 1,64, por lo tanto debe ser $\frac{h-2}{4} = 1,64$ de donde $h = 8,56$.

Ejercicio 2)

En una universidad se ha observado que el 60% de los estudiantes que se matriculan lo hacen en una carrera de Ciencias, mientras que el otro 40% lo hacen en carreras de Humanidades. Si un determinado día se realizan 20 matrículas, calcular la probabilidad de que:

1. Haya igual número de matrículas en Ciencias y en Humanidades.

2. El número de matrículas en Ciencias sea menor que en Humanidades.

Solución

Sea X una variable aleatoria que mide el número de matrículas en Humanidades de un total de 20 matrículas. Suponiendo que los estudiantes eligen su carrera de forma independiente entre ellos, y teniendo presente (según el enunciado) que la probabilidad de que alguien se matricule en Humanidades es 0,4, se tiene que esta variable es una $B(20; 0,4)$, entonces la probabilidad de que exista igual matrícula en Ciencias que en Humanidades es que $X = 10$:

$$P(X=10) = C_{10}^{20} (0,4)^{10} (0,6)^{10} = 0,11714$$

2. Para calcular la probabilidad de que el número de matrículas en Ciencias sea menor que el número de matrículas en Humanidades debe obtenerse:

$$\text{Acá la } P(X > 10) = 1 - P(X < 10) = 1 - [P(X=0) + P(X=1) + \dots + P(X=9)] = 0,1275$$

b) 1) Calcula el valor de k para que la función sea una función de densidad.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \Leftrightarrow x < 1 \\ k & \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 5 \\ 5 & \Leftrightarrow 5 < x \leq 7 \\ 0 & \Leftrightarrow x > 7 \end{cases}$$

2) Halla las probabilidades: $P[2 < x < 5]$ y $P[4 < x < 6]$, Se sugiere graficar $f(x)$.

3) Obtén la expresión de la función de distribución.

Solución:

1) Grafico $f(x)$ y determino el área bajo la curva: $10k$, como esta área debe valer 1 entonces $k = 1/10$.

$$2) P[2 < x < 5] = (5 - 2) \cdot \frac{1}{10} = \frac{3}{10}; P[4 < x < 6] = P[4 < x < 5] + P[5 < x < 6] = \frac{1}{10} + \frac{3}{10} = 0,4$$

$$3) \text{ Si } x \leq 1 \text{ entonces } F(x) = 0; \text{ si } 1 \leq x \leq 5 \text{ } F(x) = (x - 1) \cdot \frac{1}{10}; \text{ Si } 5 < x \leq 7 \text{ entonces } F(x) = \frac{4}{10} + (x - 5) \cdot \frac{3}{10} = \frac{3x - 11}{10}; \text{ Si } x \geq 7 \text{ entonces } F(x) = 1$$

c) En una distribución $N(43, 10)$, calcula las siguientes probabilidades:

a) $P[x \geq 43]$ b) $P[x \leq 30]$ c) $P[40 \leq x \leq 55]$ d) $P[30 \leq x \leq 40]$

Soluciones: a) 0,5; b) 0,0968; c) 0,5028; d) 0,2853

Prof. Enrique Espínola