Febrero 2014

TECNÓLOGO INFORMÁTICO – PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

EXAMEN

Ejercicio 1)

Parte a)

El número de artículos vendidos en una fábrica cada mes es una variable aleatoria con función de densidad f(x) = $\begin{Bmatrix} k(1-x)^2 \Leftrightarrow 0 < x < 1 \\ 0 \quad \text{en otro caso} \end{Bmatrix}$

- i) Calcule el valor de k para que f(x) sea una función de densidad.
- ii) Función Distribución de la variable.
- iii) Probabilidad que en un mes se supere una venta de 0.8
- iv) Si se quiere tener una garantía del 95% de que no se agote el producto en un mes determinado ¿qué cantidad c del mismo debe pedirse a fábrica?.

<u>Soluciones de la Parte a)</u>

- i) Para que f(x) sea de densidad debe ser $\int_0^1 k(1-x)^2\,dx = 1$ por lo tanto hay que hallar una primitiva de $k(1-x)^2$, que resulta ser $k(x - 2x + x^3/3)$ y evaluarla entre 1 y 0, igualando a 0 con lo que se obtiene k = 3.
- ii) La función de distribución asociada será:

$$F(x) = \begin{Bmatrix} 0 \Leftrightarrow x \le 0 \\ 3(x + \frac{x^3}{3} - x^2 \Leftrightarrow 0 < x < 1 \\ 1 \Leftrightarrow x \ge 1 \end{Bmatrix}$$

- iii) Debemos calcular P(x> 0.8) = 1 – F(0.8) = 1 – 0.99 = 0.01
- iv) P(x<c) = 0.95 = F(c) = 0.95 de donde c = 0.63

Parte b)

Se supone que el número medio de defectos en rollos de tela de cierta industria textil es una variable aleatoria Poisson con una media de 0.1 defectos por metro cuadrado.

i) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar un defecto en un metro cuadrado de tela?
ii) ¿Cuántos defectos se esperan en 10 m de tela?.

Soluciones de la Parte b)

i) Se trata de calcular según la función de probabilidad de Poisson, la probabilidad que x = 1 entonces:

P(x=r) = $\frac{e^{-\lambda}\lambda^{r}}{r!}$, haciendo r = 1 se obtiene P(x=1) = 0.09

ii) Hay que calcular el valor esperado para 10 m^2 de tela que es el valor de λ, o sea 1

Parte c)

Un jugador italiano expresó su sorpresa a Galileo, por observar que al jugar con 3 dados la suma 10 aparece con más frecuencia que la 9. Según el jugador los casos favorables al 9 serían: 126, 135, 234, 144, 225, y 333; y al 10: 136, 145, 226, 235, 244 y 334. Pero Galileo vio que estas combinaciones no se pueden considerar igualmente probables. Explicar por qué y calcular las correspondientes probabilidades.

Soluciones de la parte c)

Los casos posibles de suma 9 son: (126), (135), (234), (144), (225), (333), las 3 primeras se dan en 6 casos diferentes, las 2 siguientes en 3 casos distintos y la última sólo en un caso, como se trata de sucesos excluyentes la probabilidad de la unión que es lo que debo calcular para tener la probabilidad de obtener suma 9 es la suma de las probabilidades de cada caso, o sea P(suma 9) = 6(P(126) +P(135)+ P(234)) + 3(P(144)+P(225)) + P(333), siendo todos los casos equiprobables de probabilidad 1/216 entonces se tiene para la suma 9 el valor 25/216. Análogamente con la suma 10 se obtiene el valor 1/8, que es mayor que 25/216.

Prof. Espínola

Febrero 2014

TECNÓLOGO INFORMÁTICO – PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

EXAMEN

Ejercicio 2)

Parte a)

Se consideran 266 muestras de aire y se clasifican de acuerdo con la presencia de dos moléculas raras. En 212 muestras de aire no hay ninguna de estas moléculas, en 24 está solo presente la molécula 1, en 18 sólo la molécula 2 y en 12 las dos simultáneamente.

Suponiendo que las muestras de aire son independientes con respecto a la presencia de las moléculas, calcular la probabilidad de que si se extraen 50 muestras de aire al menos dos contengan las moléculas raras.

<u>Soluciones de la Parte a)</u>

Se tiene una población de 266 muestras "partidas" en 2 grupos, el A con 212 muestras sin moléculas raras y el B, con 54 muestras en las cuales por lo menos hay una de las moléculas raras. Se extraen 50 de esas muestras y se quiere saber la probabilidad de que por lo menos en 2 de estas 50 existan moléculas raras. Se trata entonces de una Hiper geométrica: de la que habrá que calcular P(x=0), P(x=1) y P(x=2) para luego sumar con lo cual se obtiene el valor: 0.000453.

Parte b)

Una persona pasa todas las mañanas a la misma hora por un semáforo que está en verde el 20% de las veces. ¿Cuál es la probabilidad de que en 5 mañanas consecutivas se encuentre el semáforo en verde tan solo un día?

<u>Solución de la Parte b)</u> Es una B(5; .2) por lo tanto P(x=1) = $C_1^5(0.2)(0.8)^4$ = 0.4096

Parte c) ¿Son ciertas las siguientes igualdades?

1. $P(A/B) = P(A^c/B^c)$
2. $P(A/B) + P(A^c/B^c) = 1$
3. $P(A/B) + P(A/B^c) = 1$

<u>Solución de la Parte c)</u>

Como se trata de verificar afirmaciones de alcance genérico, de ser falsas, basta con hallar un ejemplo donde la afirmación sea falsa para que su alcance genérico sea falso Sea entonces el conjunto M = (1,2,3,4,5,6) y definamos los conjuntos A = (1,2) y B =(3,4), está claro que $A \cap B = \phi$, A^c = (3,4,5,6) y B^c = (1,2,5,6) por lo tanto $A^c \cap B^c$ = (5,6) de aquí según la definición de Probabilidad Condicional surge que P(A/B) = 0 , mientras que $P(A^c/B^c) = ½$, con lo cual la primer igualdad es falsa. Análogamente se ven las otras sobre la base del mismo ejemplo.

Prof. Espínola