Montevideo, Viernes 26 de Setiembre de 2014

TECNÓLOGO INFORMÁTICO – PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA – 2014

PRIMER PARCIAL – BUCEO

Ejercicio 1)

Parte a) Se consideran 3 sucesos A, B y C independientes. Probar que $(A \cap B)^c$ y C también lo son.

Solución:

A, B y C independientes implica que $P(A \cap B) = P(A).P(B)$ y que $P(A \cap B \cap C) = P(A).P(B).P(C)$, luego para que $(A \cap B)^c$ y C sean independientes debe ser $P[(A \cap B)^c \cap C] = P[(A \cap B)^c].P(C)$, pero $P[(A \cap B)^c] = 1 - P(A \cap B)$, por propiedad vista en clase, entonces como A y B son independientes uso $P(A \cap B) = P(A).P(B)$ y por lo tanto $P[(A \cap B)^c] = 1 - P(A \cap B) = 1- P(A).P(B)$, entonces resulta que $P[(A \cap B)^c \cap C] = P[(A \cap B)^c].P(C) = [1 - P(A).P(B)].\ P(C) = P(C) - P(A).P(B).P(C)$, pero $C = [C \cap (A \cap B)] \cup [C \cap (A \cap B)^c]$ y como estos 2 sucesos son excluyentes al tomar probabilidades por el axioma 3 resulta que $P(C) = P(C \cap (A \cap B)] + P[C \cap (A \cap B)^c]$, por lo que despejando esta última tenemos que $P[C \cap (A \cap B)^c] = P(C) - P(C \cap (A \cap B)]$ y como A, B y C son independientes resulta que $P[C \cap (A \cap B)^c] = P(C) - P(A).P(B).P(C)$. Que es la expresión que habíamos hallado previamente lo que verifica la igualdad y por lo tanto la independencia de los sucesos dados.

Parte b)

Se consideran 3 cajas: Caja 1: {3 bolas Blancas y 2 bolas Negras}, Caja 2: {4 bolas Blancas y 2 bolas Negras} y Caja 3: {1 bola Blanca y 4 bolas Negras}. Se extrae al azar una bola de una de las 3 cajas. Calcular:

1) **Probabilidad de que sea Blanca**
2) **Probabilidad que sea Negra y que provenga de la Caja 2.**

Solución:

1) **P(Blanca) =** $\sum_{i=1}^{i=3} P[Blanca \mid Cajai].P(Cajai) = \frac{3}{5}\frac{1}{3} + \frac{4}{6}\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\frac{1}{3} = \frac{1}{3}[\frac{3}{5} + \frac{4}{6} + \frac{1}{5}] = \frac{22}{45}$
2) **Probabilidad que sea Negra y que provenga de la Caja 2.**

   $P(Negra \cap Caja2) = P[Negra|Caja2].P(Caja2) =$ $\frac{2}{6}\frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

Parte c)

En un examen de Estadística se presentan alumnos de 4 grupos diferentes: A, B, C y D. Se sabe que:

Grupo A: 80 alumnos de los cuales 35 % son mujeres

Grupo B: 70 alumnos de los cuales 25 % son mujeres

Grupo C: k alumnos de los cuales el 80 % son varones

Grupo D: 60 alumnos de los cuales 85 % son varones.

Todos ellos se acomodan en un mismo salón y se elige uno de ellos para repartir el examen, resultando este ser mujer. Si la probabilidad de que pertenezca al Grupo C es de 0.13, ¿Cuántos alumnos hay en dicho grupo?

Solución:

Según la letra, P(Mujer∩ Grupo C) = 0.13 = P[Mujer | Grupo C].P(C) = (0.2)($\frac{k}{(210+k)}$), despejando resulta que k = 390.

Ejercicio 2)

Parte a)

De 3 sucesos A, B y C, se sabe que son mutuamente independientes y que P(A) = 0.8, P(B) = 0.7 y P(C) = 0.6, calcular:

1) **P(A U B)**
2) **P(A U B U C)**
3) **P($A \cap B^c \cap C^c$)**

Solución:

1) **P(A U B) = P(A) + P(B) – P(A∩B) = P(A) + P(B) – P(A).P(B) = 0.94**
2) **Análogamente P(A U B U C) = 0.976**
4) **Por independencia: P($A \cap B^c \cap C^c$) = P(A).P(B^c).P(C^c) = (0.8).(0.3).(0.4) = 0.096**

Parte b)

Dado un polígono convexo de n lados, a) indicar el número de diagonales que se puedan obtener; b) Existe algún polígono cuya cantidad de lados sea igual al número de sus diagonales?

Solución:

a) **El número de diagonales es** $\frac{n(n-3)}{2}$**, ya que cada vértice se asocia a todos menos los 2 contiguos, por lo tanto como tampoco se asocia con él mismo sólo puede asociarse para formar diagonales con n-3 vértices, esto para cada uno de los n vértices, pero hay que dividir entre 2 pues de lo contrario la diagonal formada por los vértices A y J, se vuelve a contar como la formada por J y A.**
b) **Igualando a n se obtiene una ecuación cuya solución única es n = 5 o sea el Pentágono.**

Parte c)

Se arrojan 3 dados al aire, analizar qué es más probable, obtener 9 como suma de los 3 resultados o obtener 10 como dicha suma.

Solución:

Ternas distintas en dígitos que suman 9: 126; 135; 144; 225; 234; 333

Ternas distintas en dígitos que suman 10: 136; 145; 226; 235; 244; 334; 523

Cada terna de 3 dígitos diferentes forma 6 permutaciones diferentes, las que tienen 2 dígitos iguales forman 3 permutaciones diferentes y la que tiene un único dígito es única, por lo tanto como los casos posibles son 6^3 **= 216, los casos favorables para suma 9 y 10 dan como probabilidades:**

P(9) = $\frac{22}{216} = 0.102$ **y P(10) =** $\frac{33}{216} = 0.153$ **lo que muestra que es más probable obtener suma 10 que suma 9.**

Prof. Espínola