

FICHA Nº6. SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Nociones:

Un sistema de numeración es un conjunto de símbolos y reglas que permiten construir todos los números válidos en el sistema.

Clasificación

Los sistemas de numeración pueden clasificarse en dos grandes grupos: posicionales y no-posicionales.

Sistemas de numeración no posicionales

En los sistemas no-posicionales el valor del símbolo utilizado no depende de la posición que ocupa en la expresión del número.

Un ejemplo de este tipo de sistemas es el sistema de los números romanos. En el número romano XIX (19) los símbolos X (10) del inicio y del fin del número equivalen siempre al mismo valor, sin importar su posición.

Sistemas de numeración posicionales

En los sistemas de numeración posicionales el valor de un símbolo depende tanto del símbolo utilizado, como de la posición que ése símbolo ocupa en el número.

El número de símbolos permitidos en un sistema de numeración posicional se conoce como base del sistema de numeración. Si un sistema de numeración posicional tiene base x significa que se dispone de x símbolos diferentes para escribir los números, y que x unidades forman una unidad de orden superior. Es decir, el valor de cada símbolo depende del lugar que él ocupa en la expresión del número; el primer símbolo de la derecha expresa unidades simples; el siguiente representa unidades de primer orden (cada una de las cuales equivale a x simples); el siguiente, unidades de segundo orden (cada una de las cuales equivale a x^2 simples), etc.

Ejemplos:

El **sistema de numeración decimal** es un sistema posicional. Su base es 10, y los símbolos que se utilizan son 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 y 9, que se les llama dígitos. Este sistema, utilizado a diario, no es el único sistema posicional. Existen otros sistemas de numeración posicionales, y tan válidos y útiles como éste. Entre esos sistemas se encuentran:

- a) El **sistema binario**, cuya base es 2, y en el cual se que se utilizan los símbolos: 0 y 1, que reciben el nombre de bit.
Comentario: El uso, casi exclusivo, de este sistema de numeración en los equipos de cálculo y control automáticos, es debido a la seguridad y rapidez de respuesta de los elementos físicos que poseen dos estados diferenciados y a la sencillez de las operaciones aritméticas.
- b) El **sistema octal**, que tiene por base al 8.
- c) Y el de base 16, denominado **sistema hexadecimal**.

Teorema Fundamental de la Numeración.

Considérese un sistema de numeración posicional de base (natural) x , $x > 1$, entonces, cualquier otro natural N puede expresarse, de manera única, en la forma:

$N = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0 x^0$ siendo, $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1, a_0$ símbolos del sistema.

Observación:

Por convención, se escribe el número N omitiendo las potencias de la base; esto significa que la expresión del número N es $a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_2 a_1 a_0$, que no debe confundirse con un producto.

Para indicar en qué sistema de numeración se representa un número, se añade, como subíndice a la derecha, la base.

Actividad 1.

Escribe como combinación lineal de potencias de base 10, base 8 y base 2, los siguientes números decimales:

- a) 5 b) 31 c) 75 d) 186 e) 725 f) 1004

Actividad 2.

- a) Escribe el número decimal 574 en sistema binario, octal y hexadecimal.
b) Escribe el número $1011101000111011_{(2)}$ en sistema hexadecimal, octal y decimal.

Actividad 3.

Completa:

- a) $1101_{(2)} = \dots\dots\dots_{(10)}$ b) $101101_{(2)} = \dots\dots\dots_{(10)}$
c) $15_{(10)} = \dots\dots\dots_{(2)}$ d) $31_{(10)} = \dots\dots\dots_{(2)}$
e) $2814_{(10)} = \dots\dots\dots_{(16)}$ f) $4FC1D_{(16)} = \dots\dots\dots_{(10)}$
g) $11101_{(2)} = \dots\dots\dots_{(16)}$ h) $101101110_{(2)} = \dots\dots\dots_{(16)}$

Actividad 4.

- a) ¿Es cierto que $110_{(10)} = 110_{(2)}$? Justifica.
b) Indica si la siguiente afirmación es correcta: $62_{(4)} = 26_{(10)}$

Actividad 5.

- a) Determina λ sabiendo que es un símbolo del sistema de numeración octal, que cumple $42\lambda_{(8)} = 2\lambda 9_{(10)}$.
b) Halla x , $x \in Z^+$ tal que $123_{(x)} = 46_{(8)}$.

Fuente:

- Rey Pastor, J., Pi Calleja, P. & Trejo, C. A. (1969) *Análisis Matemático (Volumen I)*. Buenos Aires. Kapelusz.
- Mandado, E. *Sistemas electrónicos digitales*. Editorial: Marcombo S.A.