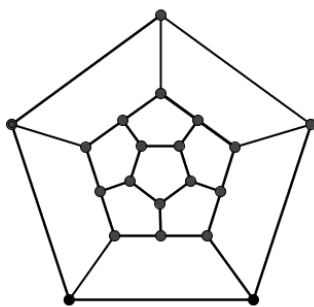


FICHA Nº4. CAMINOS Y CICLOS HAMILTONIANOS

Se debe a los trabajos del matemático irlandés Sir Wiliam R. Hamilton (1805-1865), la existencia en los grafos, de lo que hoy se denominan ciclos hamiltonianos.

En 1859, Hamilton inventó un juego, llamado "Icosian Game" que consistía en un dodecaedro regular de madera con 20 vértices en los que aparecían inscritos los nombres de ciudades importantes: Bruselas, Cantón, Delhi, Frankfurt, etc. El jugador debía encontrar un recorrido a lo largo de las aristas del dodecaedro, que pase exactamente una vez por cada ciudad, y volver a la ciudad de la cual se partió.



Por ser el dodecaedro incomodo de manejar, Hamilton desarrolló una versión del juego en que el mismo es remplazado por el grafo que se adjunta a la izquierda (isomorfo al dodecaedro). Encuentra un ciclo que contenga cada uno de los vértices.

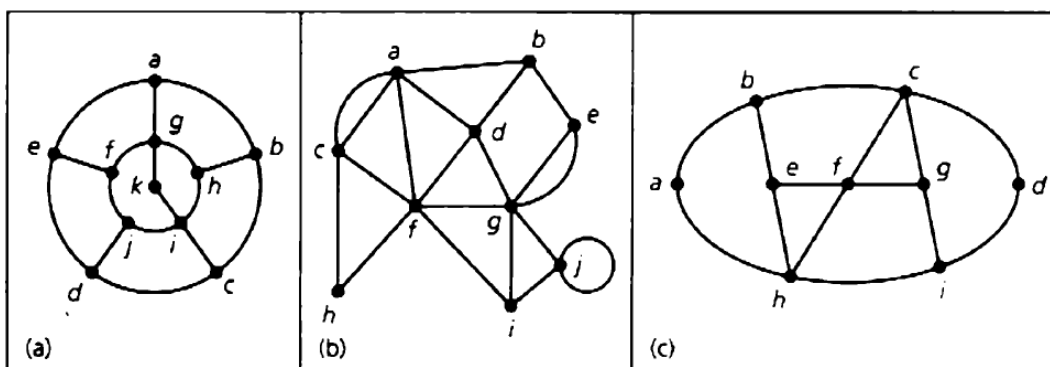
Actividad 1.

Diseña un grafo conexo que:

- a) No tenga circuitos eulerianos ni ciclos hamiltonianos.
- b) Tenga un circuito euleriano pero no tenga ciclos hamiltonianos.
- c) Tenga un ciclo hamiltoniano, pero no tenga un circuito euleriano.
- d) Tenga un ciclo hamiltoniano y un circuito euleriano.

Actividad 2.

Encuentra un ciclo hamiltoniano para cada grafo o multigrafo de la figura:



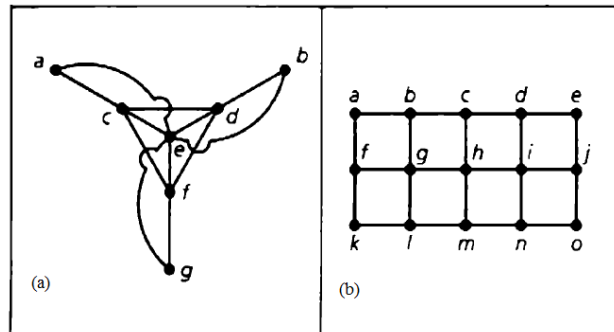
Actividad 3.

Investiga que características debe tener un grafo para que un circuito euleriano sea también un ciclo hamiltoniano.

Actividad 4.

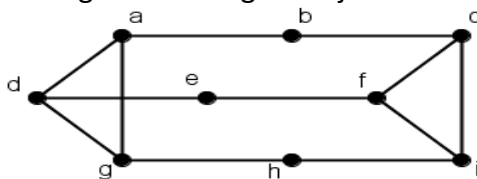
En los grafos de la figura adjunta, no es posible determinar un ciclo hamiltoniano.

- Halla, si existe, un camino hamiltoniano para cada grafo.
- ¿Es posible eliminar un vértice de cada grafo de manera que los subgrafos resultantes tengan un ciclo hamiltoniano?



Actividad 5.

Observa el grafo de la figura adjunta:



- ¿Admite camino hamiltoniano?
 - ¿Admite ciclo hamiltoniano?
- Justifica tus respuestas.

Actividad 6.

Dos hermanas, Rosario y Milagros, harán un té para festejar sus cumpleaños, y cada una, invitará a cuatro amigas. Las amigas de Rosario son Valeria, Sofía, Luciana y Agustina, y las amigas de Milagros son Manuela, Valentina, Victoria y Andrea. Las cumpleaños quieren saber como distribuirse, en torno a una mesa redonda, si deben tener en cuenta que:

- Rosario y Milagros consideran que no deben sentarse juntas.
- Manuela, Valentina, Andrea y Victoria van al mismo grado, entonces les parece mejor sentarlas separadas.
- Agustina y Valeria están peleadas con Luciana.
- Sofía prefiere no sentarse ni con Andrea ni con Victoria porque tuvieron muchas discusiones últimamente.
- Valentina, Agustina y Sofía, son hermanas, entonces no quieren sentarlas juntas.
- Valeria no quiere estar con Sofía. Van al mismo grado y suelen discutir mucho.
- Rosario quiere sentarse entre dos de sus invitadas; igual quiere hacerlo Milagros.

Teniendo en cuenta las restricciones planteadas, ¿de qué manera pueden ubicarse a las niñas, alrededor de la mesa redonda?

Actividad 7.

Determina, para $n \geq 3$, el número de ciclos hamiltonianos diferentes que tiene el grafo completo K_n .

Fuente:

Grimaldi, R. *Matemáticas Discretas y Combinatoria*. Tercera edición, 1994. Editorial Addison-Wesley Iberoamericana.

Braicovich, T. y otros. *Introducción a la Teoría de Grafos*. Universidad Nacional de Comahue. Argentina, 2009.