

FICHA Nº1. EXPERIMENTO ALEATORIO. ESPACIO MUESTRAL. SUCESO.

Definiciones:

Experimento aleatorio: Es aquel que, por su complejidad, no es posible predecir su resultado hasta que no se lleve a cabo.

Espacio muestral: Es el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio.

Suceso o evento: Es cualquier subconjunto del espacio muestral. El espacio muestral, considerado como un suceso, recibe el nombre de **suceso seguro** o cierto. El suceso vacío recibe el nombre de **suceso imposible**.

Actividad 1.

De una caja con cuatro bolas numeradas del 1 al 4, se extraen al azar dos bolas. Obtén el espacio muestral del experimento aleatorio considerado:

- a) La suma de los números de las bolas extraídas.
- b) La diferencia de los números de las bolas extraídas.
- c) La suma y la diferencia de los números de las bolas extraídas.

Actividad 2.

Supón que los tiempos de los corredores de una carrera de 100 metros llanos varían entre 0 y 15 segundos. Especifica el espacio muestral en cada uno de los siguientes experimentos aleatorios:

- a) Tiempo del ganador de la carrera.
- b) Tiempo de los dos primeros ganadores (primer y segundo puesto).

Operaciones con sucesos.

Intersección: Dados dos sucesos A y B de un espacio muestral Ω , se define el suceso $A \cap B$ como el suceso que ocurre, cuando ocurren simultáneamente los sucesos A y B . En símbolos: $A \cap B = \{\omega \in \Omega : \omega \in A \wedge \omega \in B\}$

En el caso particular en que $A \cap B = \emptyset$, los sucesos A y B reciben el nombre de **sucesos excluyentes** (o incompatibles, o disjuntos).

Unión: Dados dos sucesos A y B de un espacio muestral Ω , se define el suceso $A \cup B$ como el suceso que ocurre, cuando ocurre el suceso A , o el suceso B , o ambos (o no excluyente).

En símbolos: $A \cup B = \{\omega \in \Omega : \omega \in A \vee \omega \in B\}$

Complementos de sucesos: Dado un suceso A de un espacio muestral Ω , su complemento o negado A^c (o también $\bar{A}$) es el suceso que ocurre sí y sólo si no ocurre A .

En símbolos: $A^c = \{\omega \in \Omega : \omega \notin A\}$

Observación: $A \cup A^c = \Omega$.

Diferencia de sucesos: Dados dos sucesos A y B un espacio muestral Ω , se llama diferencia de A entre B y se representa como $A - B$, al suceso que ocurre si y sólo si ocurre A y no ocurre B . En símbolos: $A - B = A \cap B^c = \{\omega \in \Omega : \omega \in A \wedge \omega \notin B\}$

Algunas propiedades...

Siendo A , B y C sucesos de un espacio muestral Ω , se puede demostrar el cumplimiento de las siguientes propiedades:

Asociativa: $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ y $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

Conmutativa: $A \cap B = B \cap A$ y $A \cup B = B \cup A$

Idempotencia: $A \cap A = A$ y $A \cup A = A$

Distributiva: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ y $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Simplificativa: $A \cap (B \cup A) = A$ y $A \cup (B \cap A) = A$

Leyes de Morgan: $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ y $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

Actividad 3.

Considera el experimento aleatorio de elegir al azar un número del conjunto N^* , y los sucesos:

A : “el número elegido es múltiplo de 2”

B : “el número elegido es menor que 10”

C : “el número elegido es primo”

D : “el número elegido es divisible entre 3”

Describe el espacio muestral y expresa como subconjuntos de él, los siguientes sucesos:

a) $A \cap B^c$ b) $B \cap C$ c) $A \cap D$ d) $A \cup D$

e) $A^c \cup D^c \cup C^c$ f) $C \cap D^c$

Actividad 4.

Dados tres sucesos A , B y C de un espacio muestral Ω , ¿siempre se cumple que

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$? Justifica tu respuesta.

Actividad 5.

Un número es elegido al azar del conjunto R . Sean A , B y C los sucesos asociados con el experimento representados por:

$A = [3; 8]$

$B = (7; 10]$

$C = [0; +\infty)$

Describe el espacio muestral y expresa como subconjunto de él, los siguientes sucesos:

a) B^c b) $A \cup B$ c) $B \cap C$ d) $A^c \cap B^c \cap C^c$ e) $A^c \cap B$

Actividad 6.

Sean A y B dos sucesos de un espacio muestral Ω .

Se define el suceso $A \nabla B$, donde “ ∇ ” representa el “ó excluyente” como el suceso donde ocurre A y no ocurre B , o sucede B y no ocurre A .

En símbolos $A \nabla B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \{\omega \in \Omega : \omega \in A \text{ ó } \omega \in B\}$

Demuestra que $A \nabla B = (A \cup B) - (A \cap B)$.