HEIDI - Una Herramienta de apoyo para el diseño de Redes de Comunicaciones

Héctor Cancela – María E.Urquhart
Investigación Operativa – Instituto de Computación
Facultad Ingeniería – PeDeCiBa Informática – URUGUAY
Gerardo Rubino
IRISA-INRIA, Rennes, FRANCIA

Resumen

Este trabajo presenta una herramienta de apoyo para el diseño de redes de comunicaciones confiables, como por ejemplo una red de enlaces entre conmutadores en telefonía, o simplemente una red de computadoras. El trabajo se centra en un aspecto determinado (y fundamental) de la red, su topología.

El cálculo exacto de las medidas usuales de confiabilidad de una red es un problema NP-difícil en casi todos los casos. Una alternativa eficaz es la estimación de dichas medidas mediante simulaciones de tipo Monte Carlo, alternativa que es la elegida en este trabajo. Ante la ausencia de datos probabilísticos sobre el comportamiento de los componentes de la red, evidentemente no es posible calcular medidas de confiabilidad del sistema, pero existe la alternativa de evaluar cuantitativamente la topología mediante el uso de índices compuestos a partir de parámetros del grafo que la modela. En este caso, se habla de vulnerabilidad de la red.

La herramienta implementa las dos metodologías. Además, utiliza un método de perturbaciones locales ("local search") para encontrar una red óptima local. Como criterio de optimalidad se puede optar por cualquiera de los dos puntos de vista, el probabilístico o el determinístico, es decir, por maximizar una medida de *confiabilidad* de la red, o bien por minimizar un índice de *vulnerabilidad* de la misma. El prototipo aquí descrito está implementado en C^{++}.

1 INTRODUCCION

Una red de comunicaciones es un sistema compuesto por un conjunto de centros o puntos que reciben y envían información, y un conjunto de conexiones o enlaces que transportan esa información. Uno de los problemas fundamentales en la construcción de redes de comunicaciones es el diseño de sus topologías, es decir, la concepción del grafo subyacente que define las conexiones entre los nodos. Dicho diseño debe intentar asegurar un máximo de seguridad en el envío, transmisión, y recepción de toda información que ingrese a ella, es decir, en la comunicación entre los distintos puntos de conexión.

La confiabilidad de la red es una medida definida como la probabilidad de comunicación exitosa entre diferentes pares de centros, dadas las probabilidades de buen funcionamiento de los componentes de la red y la topología de las conexiones. El cálculo de esta probabilidad es conocido como un problema NP-completo [1]. Esto significa, desde el punto de vista práctico, que el tiempo de cálculo necesario para su evaluación es una función exponencial en el tamaño (cantidad de elementos) de la red. En una estación de trabajo usual, los diversos métodos que han sido publicados para el cálculo de los distintos índices de confiabilidad permiten la evaluación de sistemas con decenas de componentes, pero se revelan ineficaces para redes con, digamos, más de un centenar de elementos. La opción más eficaz para evaluar modelos de este tamaño es la estimación estadística de los índices mediantes técnicas de tipo Monte Carlo. El lector puede ver en [4] varios artículos sobre el tema de la confiabilidad en redes, en los cuales además encontrará una abundante bibliografía, y en [3] y [2] sobre las técnicas de Monte Carlo en este contexto.

Sin embargo, es frecuente que el usuario no disponga de datos seguros sobre las probabilidades de buen funcionamiento de los distintos componentes de la red analizada. Para estos casos, existen enfoques clasificados en la literatura bajo el término de vulnerabilidad ([7], [8]), que permiten evaluar numéricamente las topologías desde el punto de vista de la "resistencia" o de la "fragilidad" ante el eventual fallo de sus elementos.

El diseñador de la red, usuario de la herramienta propuesta en este trabajo, puede optar por uno de estos dos métodos de evaluación. Es usual, además, que se busque mejorar el comportamiento del sistema con modificaciones menores del diseño. El prototipo de herramienta propone la búsqueda de una mejor topología en una determinada vecindad del grafo dado, utilizando como función objetivo cualquiera de los dos tipos de evaluación citados, probabilístico o determinístico. El método de optimización implementado es del tipo de "búsqueda local" (Sección 5), uno de las más antiguos pero con resultados muy satisfactorios para encontrar óptimos locales. Se trata de heurísticas que dan "buenas aproximaciones" de la solución óptima en un intervalo razonable de tiempo, aunque no necesariamente encuentren la solución óptima global [5].

La organización del texto es la siguiente. En la Sección 2, se formaliza el contexto en que se sitúa este trabajo. En las Secciones 3 y 4 se presentan las características de los dos tipos de evaluación propuestos. En la Sección 5 se discute la técnica de optimización local implementada. Algunos resultados para ilustrar el enfoque adoptado son presentados en la Sección 6 y la última sección discute las conclusiones más importantes y las perspectivas principales.

2 MODELO

Una red de comunicaciones puede modelarse mediante un grafo $G = (V, E, \psi)$ conexo y sin bucles, cuyo conjunto V de vértices corresponde a los nodos de la red y cuyo conjunto E de aristas a los enlaces o líneas de conexión. La topología se representa por ψ, la función de incidencia, que asocia a cada arista sus extremidades. Se puede incorporar al modelo información de tipo costos, eficiencia, confiabilidad, capacidad, etc., ponderando los vértices y/o las aristas del grafo.

Cuando se dispone de información sobre la confiabilidad o la disponibilidad de los elementos de la red, nos situamos en un contexto probabilístico y modelamos el sistema por un grafo estocástico, es decir, por un grafo cuyos elementos están ponderados por probabilidades. En nuestro caso, consideramos

$$G = (V, E, \psi, r)$$

con $r : E \rightarrow]0, 1[$ función de confiabilidad elemental, que asigna a cada arista la probabilidad de transmisión exitosa a través del canal que representa. Asumimos en este desarrollo que los vértices son infalibles. El usuario se sitúa en un cierto instante de interés τ, en que cada enlace (o línea, o canal, o arista) puede estar en uno de los dos estados siguientes : o funcionando perfectamente (estado 1), o defectuoso (estado 0), en cuyo caso es equivalente a considerarle ausente de la red. Si notamos X_i el estado de la arista i en el instante de interés τ, tenemos

$$r_i = P(X_i = 1).$$

Los estados de los distintos canales se asumen independientes entre sí, es decir, $\{X_i,\ i \in E\}$ es un conjunto de variables aleatorias independientes. Dichas variables definen un subgrafo $\widetilde{G}$ de G compartiendo el mismo conjunto de vértices que G y cuyas aristas son las que funcionan en el instante τ, es decir,

$$\widetilde{G} = (V, \widetilde{E}, \widetilde{\psi}), \quad \widetilde{E} = \{e \in E \mid X_e = 1\},$$

siendo $\widetilde{\psi}$ la restricción de ψ a $\tilde{E}$. Bajo estas hipótesis y dado un subconjunto K de vértices de G, se define el índice de confiabilidad R_K como la probabilidad que los vértices de K estén conectados en $\widetilde{G}$, o lo que es lo mismo, que pertenezcan a una misma componente conexa de $\widetilde{G}$.

En la sección siguiente discutimos del cálculo de este índice de confiabilidad. El caso del análisis de una red en ausencia de datos probabilísticos se considera en la Sección 4.

3 EVALUACION DE LA CONFIABILIDAD

En casi todos los casos, el problema del cálculo exacto de las distintas medidas de confiabilidad es un problema NP-difícil [1]. Desde el punto de vista práctico, esto significa que se pueden evaluar redes con decenas de elementos pero no con centenares de ellos. Ahora bien, el tamaño frecuente de los sistemas de comunicaciones alcanza fácilmente la centena de líneas. Por esta razón, se decide en este trabajo comenzar por la implementación de técnicas capaces de evaluar redes de este porte. Los métodos de tipo Monte Carlo responden a esta exigencia. Son capaces de evaluar modelos relativamente grandes y trabajos recientes han mostrado la capacidad de la metodología a proporcionar algoritmos extremadamente eficaces [3], [2].

En los modelos de redes de comunicaciones, son de particular importancia los siguientes dos casos :

- $K = \{s, t\}$, el más estudiado en el área, donde interesa solamente la comunicación entre dos vértices s y t, llamados *fuente* y *terminal*,
- $K = V$, donde el usuario se interesa en la comunicación entre todos los puntos de conexión.

Formalmente, estos índices se pueden definir explícitamente mediante

$$\begin{aligned} R_{s,t} &= \text{confiabilidad fuente-terminal entre } s \text{ y } t \\ &= P(\text{existe por lo menos un camino entre } s \text{ y } t \text{ en } \widetilde{G}) \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} R_V &= P(\forall \text{ par de vértices } \in \widetilde{G}, \exists \text{ por lo menos un camino que los une}) \\ &= P(\widetilde{G} \text{ es conexo}). \end{aligned}$$

En este trabajo se utiliza la medida R_V pero las ideas expuestas aquí son independientes del índice elegido. La herramienta incluye un algoritmo directo de evaluación de R_V mediante una simulación de tipo Monte Carlo. La idea es sortear una muestra de tamaño N del subgrafo aleatorio $\widetilde{G}$ y de estimar el índice R_V por la frecuencia de aparición del suceso “todos los vértices están conectados”. Formalmente, estimamos R_V con el estimador sin sesgo R_{est}, definido a partir de la muestra $\widetilde{G}_1, \widetilde{G}_2, \ldots, \widetilde{G}_N$ de $\widetilde{G}$ por

$$R_{est} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} 1_{\{\widetilde{G}_n \text{ es conexo}\}}.$$

La calidad de la estimación se evalúa, como es usual, mediante el cálculo de intervalos de confianza, cuya amplitud es proporcional a la variancia del estimador. Dicha variancia es

$$Var(R_{est}) = \frac{R_V(1 - R_V)}{N},$$

siendo el numerador la variancia de una variable aleatoria de Bernoulli.

La variancia de R_{est} depende, claro está, del parámetro desconocido R_V. Para la construcción de un intervalo de confianza, se usa su estimador sin sesgo estándar, dado por

$$\frac{1}{N-1}\sum_{n=1}^{N}\left(1_{\{\widetilde{G}_n \text{ es conexo}\}} - R_{est}\right)^2$$

que en este caso se simplifica después de algunos cálculos en

$$\frac{R_{est}(1-R_{est})}{N-1}.$$

El resultado de la estimación es pues

$$R_{est} \pm \Phi^{-1}(1-\frac{\varepsilon}{2})\sqrt{Var(R_{est})}$$

donde

$$\Phi(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}dt,$$

significando que la probabilidad que el valor exacto R_V no pertenezca al intervalo dado es menor que ε.

Informalmente, el algoritmo se puede presentar de la manera siguiente :

Monte Carlo directo

```
cont := 0
para n := 1,N
     sortear G̃
     si G̃ conexo
          cont := cont + 1
fin para
R_est := cont/N
```

La conexidad se verifica mediante un algoritmo tradicional de búsqueda en profundidad ("depth first search"). Se puede observar que para estimar cualquier otro índice de confiabilidad, sólo hay que modificar esta rutina.

Existen versiones más eficientes de este procedimiento. El problema central que se trata de resolver es el del elevado valor de N, el número de realizaciones, cuando la confiabilidad exacta R_V está muy cerca de 1. El lector interesado en estos métodos, clasificados en el área de las técnicas de reducción de la variancia, podrá consultar [3] o [2]. Dichas técnicas serán implementadas ulteriormente en la herramienta aquí presentada.

4 EVALUACION DE LA VULNERABILIDAD

Los índices de vulnerabilidad intentan cuantificar la "fragilidad" de una topología en función de parámetros usuales de grafos, asumiendo implícitamente que todos los enlaces son idénticos desde el punto de vista de sus eventuales fallos. Este enfoque sufre de una debilidad conceptual importante, que es la ausencia de una noción clara de lo que debe entenderse por vulnerabilidad. La actitud usual en la literatura es la de proponer un índice que define implícitamente la vulnerabilidad como la propiedad medida por el índice en cuestión, y mostrar que corresponde a lo que intuitivamente debe entenderse por "vulnerabilidad" o "fragilidad", o, en forma complementaria, por "solidez" o "resistencia a fallos". En contrapartida, el enfoque tiene dos ventajas importantes con respecto al cálculo de medidas probabilísticas. La primera es que no implica el conocimiento de las confiabilidades elementales de los componentes de la red, a menudo difíciles de obtener o simplemente no disponibles. La segunda es que puede ser calculado en forma rápida, en la medida en que se construya con parámetros simples del grafo, o con parámetros para los cuales existan algoritmos eficaces. Lo usual es que esta medida sea una función racional de parámetros que se consideren ligados en forma "clara" con esta idea de fragilidad.

El índice utilizado en este trabajo está inspirado en el que fue propuesto en [7] y estudiado experimentalmente en [8]. La función implementada en la herramienta es la siguiente :

$$Vul = \frac{D + CE(c) + CV(c')}{t + c.c'}$$

donde los diferentes elementos representan los siguientes parámetros :

- t : la cintura, definida como el número de aristas que pertenecen al ciclo mas corto del grafo,
- c : la cohesión, definida como el mínimo número de aristas que eliminadas desconectan el grafo,
- c' : la conectividad, es decir, el mínimo número de vértices que eliminados desconectan el grafo,
- D : el diámetro, definido por $D = \max\{dist(i,j),\ \forall(i,j) \in V\}$, donde $dist(i,j)$ es la distancia entre los vértices i y j, es decir, el número de aristas que componen un camino de largo mínimo entre i y j,
- $CE(m)$ es el número máximo de cortes-arista propios, de cardinal m, entre todo par de vértices de G. La herramienta utiliza $m = c$,
- $CV(m)$ es el número máximo de cortes-vértice propios, de cardinal m, entre todo par de vértices de G. Para $CV(m)$ se utiliza también $m = c'$.

5 RED OPTIMA

En esta sección discutiremos el problema siguiente : dado un determinado grafo G perteneciente a un cierto dominio de factibilidad F, nos preguntamos si es posible "mejorarlo" en el sentido de aumentar su confiabilidad o disminuir su vulnerabilidad, con modificaciones "menores" de la topología. Para fijar la discusión, consideremos simplemente que F es el conjunto de los grafos conexos y sin bucles que tienen el mismo conjunto de vértices V que G. Además, nos agregamos la condición que los grafos de F tengan el mismo número de aristas que G. Si se trabaja en un contexto probabilístico, los grafos son estocásticos, vale decir, nos damos además las confiabilidades elementales de sus líneas. En este caso, las modificaciones consideradas tienen en cuenta la "identidad" de los enlaces, es decir, cambiarán de lugar ciertas aristas, que conservan así la confiabilidad elemental. Nos damos la función objetivo c, igual a la vulnerabilidad de G (Sección 4) o a la opuesta de la confiabilidad de G estimada como en la Sección 3. Nos interesamos en la búsqueda de un grafo g que minimice la función c en F.

En lugar de considerar un problema de optimización global tradicional, extremadamente costoso en este contexto altamente combinatorio, se buscará un óptimo local, en un cierto sentido, procediendo de la siguiente manera. Se define una determinada vecindad $N(g)$ de todo $g \in F$ (vecindad que luego será descrita con precisión) y se considera la clausura $N^*(G)$ del grafo inicial G con respecto de la definición de vecindad adoptada, es decir

$$N^*(G) = N(N(\cdots N(N(G))\cdots)).$$

La herramienta trabaja en la restricción de la función objetivo c a $N^*(G) \subset F$ y, en lugar de buscar un mínimo global de c sobre $N^*(G)$, busca un mínimo local en la vecindad de algún grafo de $N^*(G)$. Especíﬁcamente, el algoritmo construye una secuencia de grafos g_0, g_1, ..., con $g_0 = G$, y

$$g_{n+1} = \arg\ \text{mín}\{c(g) \mid g \in N(g_n)\}$$

y se detiene cuando $g_{n+1} = g_n$. Informalmente, podemos describirlo de la manera siguiente:

Algoritmo de búsqueda local

```
g1 := G ; g0 := ∅
mientras g1 ≠ g0
     g0 := g1
     g1 := arg mín { c(g) | g ∈ N(g1) }
fin mientras
```

Para la coherencia del texto del algoritmo, asumamos que $g \in N(g)$. El cálculo del arg mín se realiza mediante el examen exhaustivo de la lista de grafos en $N(g)$. En versiones posteriores se examinarán métodos mas eficientes de minimización para este procedimiento interno a la búsqueda de un óptimo local.

Este tipo de búsquedas locales ("local search") que dan soluciones óptimas en dominios restringidos donde una noción de proximidad tiene sentido, es un método clásico que permite obtener óptimos locales en tiempos razonables, aunque no necesariamente óptimos globales [5]. La idea en general es de obtener las vecindades mediante "perturbaciones" menores de cada grafo de trabajo.

La herramienta realiza la búsqueda a partir de la vecindad $N(g)$ del grafo g, definida por el intercambio cruzado de pares de aristas de g ("X-change"). Específicamente, $N(g)$ se compone de aquellos grafos $g' = (V, E', \psi')$ (o $g' = (V, E', \psi', r')$) que se obtienen haciendo que pares de aristas no adyacentes intercambien sus valores asignados por la función de incidencia, de acuerdo a reglas que variarán según la aplicación que corresponda. En general g' se construye quitando, en g, algún par de aristas, por ejemplo,

$$e_1 = (a, b) \in E \ \text{ y } \ e_2 = (c, d) \in E$$

tal que

$$(a, d) \notin E, \qquad (b, c) \notin E,$$

para reemplazarlas por el par

$$e'_1 = (a, d) \ \text{ y } \ e'_2 = (b, c)$$

es decir que

$$E' = E \cup \{e'_1\} \cup \{e'_2\} \setminus (\{e_1\} \cup \{e_2\}).$$

En contexto probabilístico, se asigna a (a, d) la confiabilidad de (a, b) y a (b, c) la de (c, d). Se hace notar que el intercambio de aristas así definido conserva también el grado de cada nodo, por lo que se mantiene $|E| = |E'|$. Sin embargo, es posible que este procedimiento desconecte el grafo, de donde se agrega a la definición de $N(g)$ la restricción de que sus integrantes pertenezcan a F.

En algunos casos, es necesario limitar aún más $N()$, para reflejar con mayor precisión la estructura del problema. Esta situación se puede dar cuando, por ejemplo, las aristas están ponderadas por distancias, o en general, por alguna función de costo w con dominio en V^2, datos que deben ser tenidos en cuenta para el diseño de la red. Por ejemplo, existen siempre restricciones de naturaleza geográfica, estableciendo que no se pueden implantar enlaces entre nodos muy distantes. En esta herramienta se consideran dos tipos de restricciones suplementarias para $N()$.

- La primera impide el intercambio cuando la suma de las ponderaciones de las aristas implicadas sea mayor o menor que una cota determinada. Formalmente, el par de aristas $e_1 = (a, b)$ y $e_2 = (c, d)$ se cambiarán por el par de aristas $e'_1 = (a, d)$ y $e'_2 = (b, c)$ siempre que

$$\sum_{i=1}^{2} w(e'_i) \leq (1 + \alpha) \sum_{i=1}^{2} w(e_i)$$

  donde α es el porcentaje de incremento de costo permitido en cada intercambio.

- La segunda plantea restricciones de adyacencia, de modo que el intercambio pueda realizarse solo según una tabla predefinida de adyacencias permitidas.

Desde el punto de vista algorítmico, agregar condiciones a la definición de $N()$ se sitúa en la rutina que implementa la búsqueda de arg mín. Obsérvese que el restringir $N()$ no sólo permite afinar los modelos sino que además redunda en una disminución del tiempo de cálculo, pues se debe hallar la confiabilidad o vulnerabilidad para una menor cantidad de grafos.

6 EJEMPLOS

En esta sección, se presentan dos ejemplos de uso de la herramienta. El primero considera una topología "tipo Arpanet", Figura 6.1, correspondiendo a una versión de esta conocida red de computadoras. En este caso, elegimos como criterio de optimalidad, la confiabilidad R_V. Asignando confiabilidades $r_e = 0.9$ a todas las aristas del grafo, se obtiene $R_{est} = 0.709$ con una variancia estimada del orden de $4.0 \cdot 10^{-6}$. Aplicando la búsqueda en la vecindad irrestricta se obtuvo un grafo con $R_{est} = 0.741$ (variancia del orden de $3.8 \cdot 10^{-6}$). Aplicando una vecindad restringida del tipo adyacencia, se obtuvo el grafo presentado en la Figura 6.2 con $R_{est} = 0.729$ (variancia del orden de $4.0 \cdot 10^{-6}$), superior a la confiabilidad del grafo inicial. Se nota que el grafo obtenido difiere del original en solo dos aristas, resultado que es consistente con el hecho de que la red inicial fue concebida teniendo en cuenta su confiabilidad y con restricciones topológicas fuertes.

Figura 6.1

Figura 6.2

El segundo ejemplo es una red similar a la red telefónica de Montevideo , que se presenta en la Figura 6.3. Esta vez se utiliza la vulnerabilidad como criterio de optimalidad.

Figura 6.3

Aplicando la búsqueda en la vecindad irrestricta, se comprueba que la solución obtenida no es aceptable desde el punto de vista geográfico, (Figura 6.4), ya que, a pesar de aumentar el mallado, los costos serían necesariamente mucho mayores debido a las extensas longitudes de las líneas modificadas. Se incorpora entonces el criterio de proximidad de los vértices y se construye una tabla utilizando datos acerca de las distancias reales entre los distintos conmutadores de la red. Con el valor del parámetro $\alpha = 0.20$ en la restricción 5.1 se obtiene el grafo de la Figura 6.5.

Figura 6.4

Figura 6.5

En la Tabla 6.1 se pueden comparar distintos valores de los parámetros utilizados en la composición del índice, en los grafos tratados en el segundo ejemplo.

Tabla 6.1

grafo	D	t	c	c'	CE(c)	CV(c')	Vul
inicial	4	3	2	2	6	7	2.429
$\alpha = 0.20$	4	3	2	2	6	6	2.286
$\alpha = 0.33$	4	3	2	1	4	1	1.8
sin restricciones	3	4	2	2	2	2	0.875

7 CONCLUSIONES

En este trabajo presentamos el prototipo de una herramienta destinada a apoyar el diseño y, más generalmente, el análisis de redes de comunicaciones. La herramienta permite el cálculo de índices de confiabilidad calculados en función de las confiabilidades o disponibilidades elementales de los elementos que constituyen el sistema. En ausencia de estos datos, la herramienta realiza un estudio determinístico calculando un índice de vulnerabilidad. En ambos casos, el usuario puede también pedir un estudio de mejoramiento de su modelo. La herramienta realiza entonces la búsqueda de un óptimo local, usando como criterio de optimalidad cualquiera de los dos tipos de medida considerados, el probabilístico o el determinístico.

Las perspectivas de trabajo futuro son numerosas :

- En lo que hace a la evaluación de confiabilidades, la herramienta deberá integrar un método de cálculo exacto de la confiabilidad, así como técnicas mas eficientes de estimación de tipo Monte Carlo incluyendo métodos de reducción de la variancia.
- El aspecto vulnerabilidad presenta aún mas posibilidades. Por un lado está el trabajo conceptual en la definición de esta noción. Al mismo tiempo y en estrecha relación con este problema, la construcción de un índice adecuado deja abierto un campo amplio a la investigación. Este trabajo presenta simplemente una variante de índices anteriores.
- El aspecto optimización sugiere a su vez muchas alternativas dignas de ser exploradas : otras formas de perturbación, técnicas de tipo "simulated annealing", mejora del procedimiento de búsqueda del arg mín, etc. Por último, el aspecto de las restricciones suplementarias merece una atención particular, en relación estrecha con las necesidades de los usuarios potenciales.

Referencias

[1] M.O. Ball (1986), *Computational complexity of network reliability analysis: an overview*, IEEE Trans Reliab., R-35(3).

[2] M. El Khadiri, G. Rubino (1992), *A Monte Carlo method based on antithetic variates for network reliability computations*, IRISA Report No. 626, IRISA-INRIA, Rennes, France.

[3] G.S. Fishman (1986), *A comparison of four Monte Carlo methods for estimating the probability of s-t conectedness*, IEEE Trans Reliab., R-35(2).

[4] M.O. Locks, A. Satyarayana editors (1986), *Network reliability — the state of the art*, IEEE Trans Reliab., R-35(3).

[5] C.H. Papadimitriou, K. Steiglitz (1982), *Combinatorial optimization, algorithms and complexity*, Prentice-Hall.

[6] G. Rubino (1990), *Desarrollos recientes en la evaluación de parámetros de confiabilidad en redes de comunicaciones*, V CLAIO, Bs As, Argentina, setiembre de 1990.

[7] I.M. Soi and K.K. Aggarwal (1981), *Reliability indices for topological design of computer communication networks.* IEEE Trans on Reliab., R-30(5).

[8] H. Tardiff (1985). *Calcul d'un indice déterministe de vulnerabilité*, DESS Report, University of Rennes, 35042 Rennes Cedex, France.