Metaheurísticas y
Optimización sobre Redes 2020

Problema de Dimensionamiento del Lote Económico con Remanufacturación.

Dr. Ing. Pedro Piñeyro
Dpto. Investigación Operativa – InCo – FIng - UdelaR
ppineyro@fing.edu.uy

Contenido

- Agenda:
  - Introducción a los problemas de control de inventario y planificación de la producción.
  - Problema del flujo de costo mínimo en una red de un sólo nodo fuente sin restricciones de capacidad.
  - Planificación de la producción con remanufacturación.
  - Planificación de la producción con remanufacturación y sustitución.

Control de Inventario (1)

- **Determinar cuándo y cuánto ordenar/producir de un determinado artículo para satisfacer la demanda del mismo, minimizando la suma de los costos involucrados.**
- Un sólo artículo.
- Costos de comprar/producir y de almacenar en inventario.

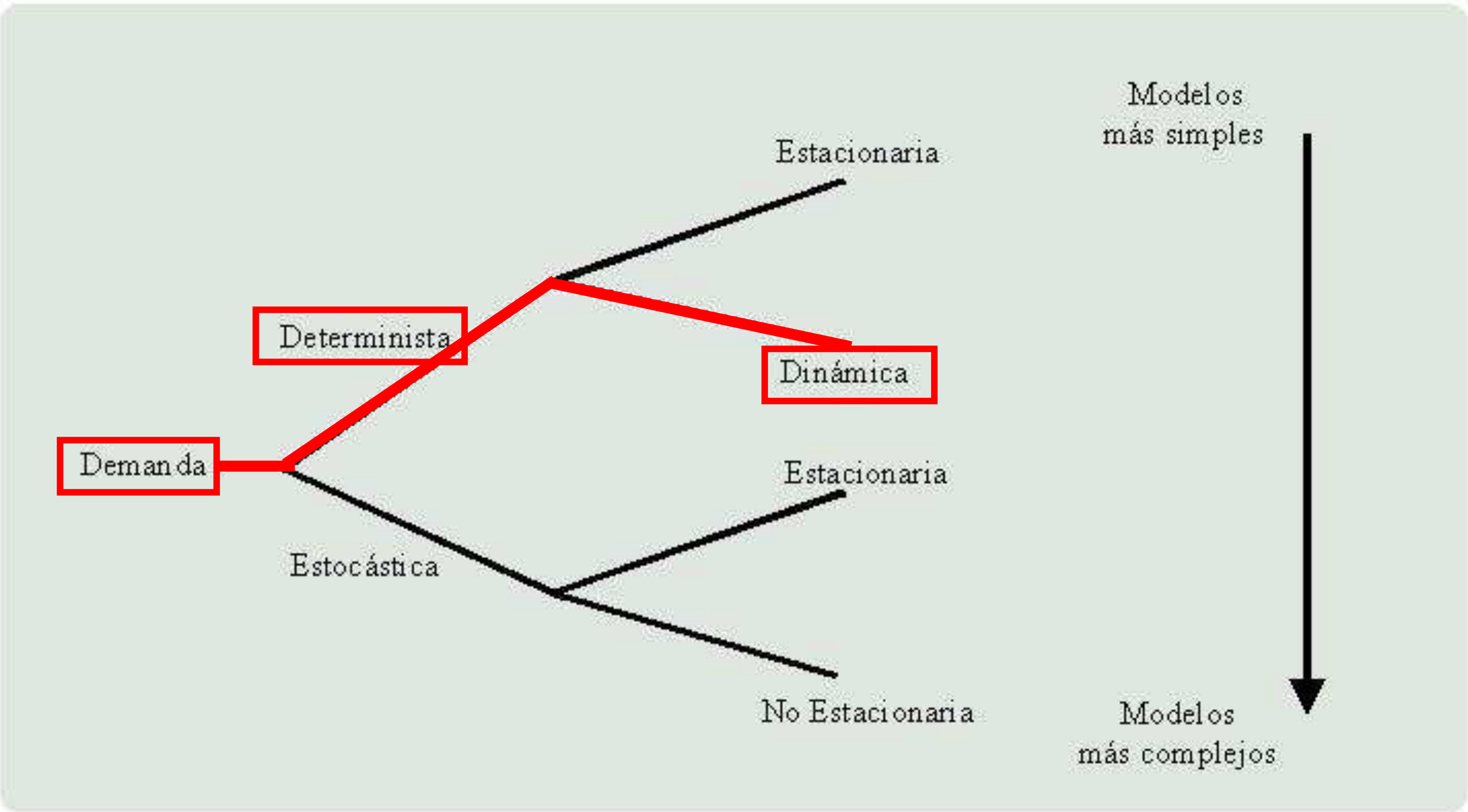
Control de Inventario (2)

- Demanda conocida o estocástica.
- Revisión periódica o continua.
- Tiempos de entrega.
- Capacidad de producción y almacenamiento.
- Con o sin faltantes (penalización).
- Forma de los costos.

Control de Inventario (3)

- Demanda determinista estacionaria: *EOQ*. Función de costos convexa, búsqueda analítica (Harris, 1913).
- Demanda estocástica: Política (*S*,*s*). Forma óptima de la solución (Scarf, 1959).
- **Demanda determinista dinámica: Algoritmo de Wagner & Whitin (1958). Enfoque de Programación Dinámica.**
- **Análisis para el caso de costos cóncavos (Zangwill, 1968).**

Control de Inventario (4)

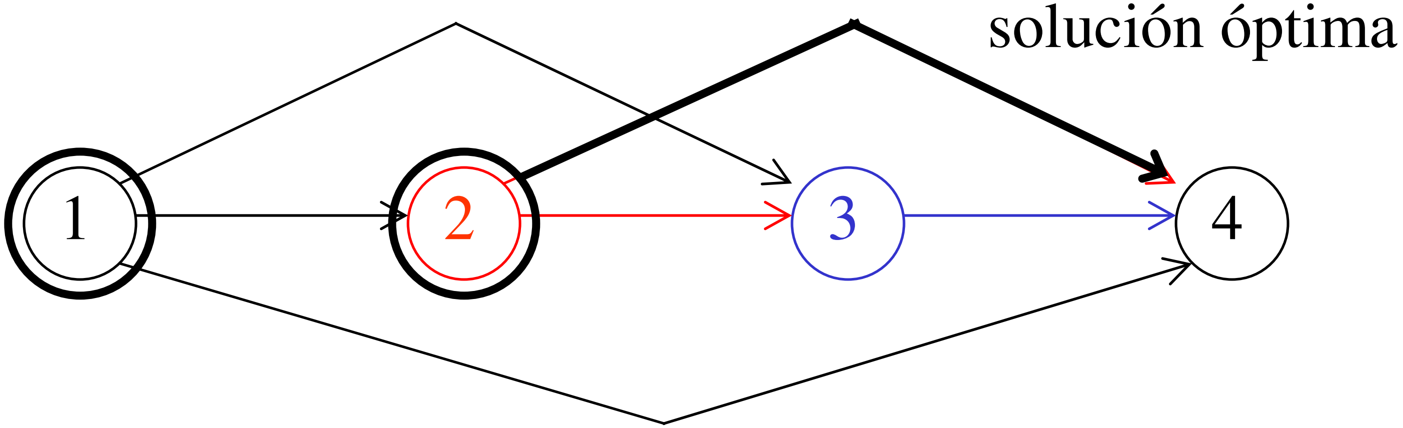


ELSP: Economic Lot-Sizing Problem

- Demanda conocida.
- Revisión periódica.
- Entrega instantánea.
- Capacidad infinita (U-LSP).
- Sin faltantes.
- Funciones de costos de producción con una componente fija y otra unitaria (economía de escala).

ELSP: Algoritmo de W-W (1) (2)

- Basado en la **propiedad de inventario-cero.**
- Enfoque de Programación Dinámica.
- Orden $O(T^2)$. Hay a lo sumo $T(T+1)/2$ posibilidades distintas a evaluar. Ejemplo para $T = 3$.



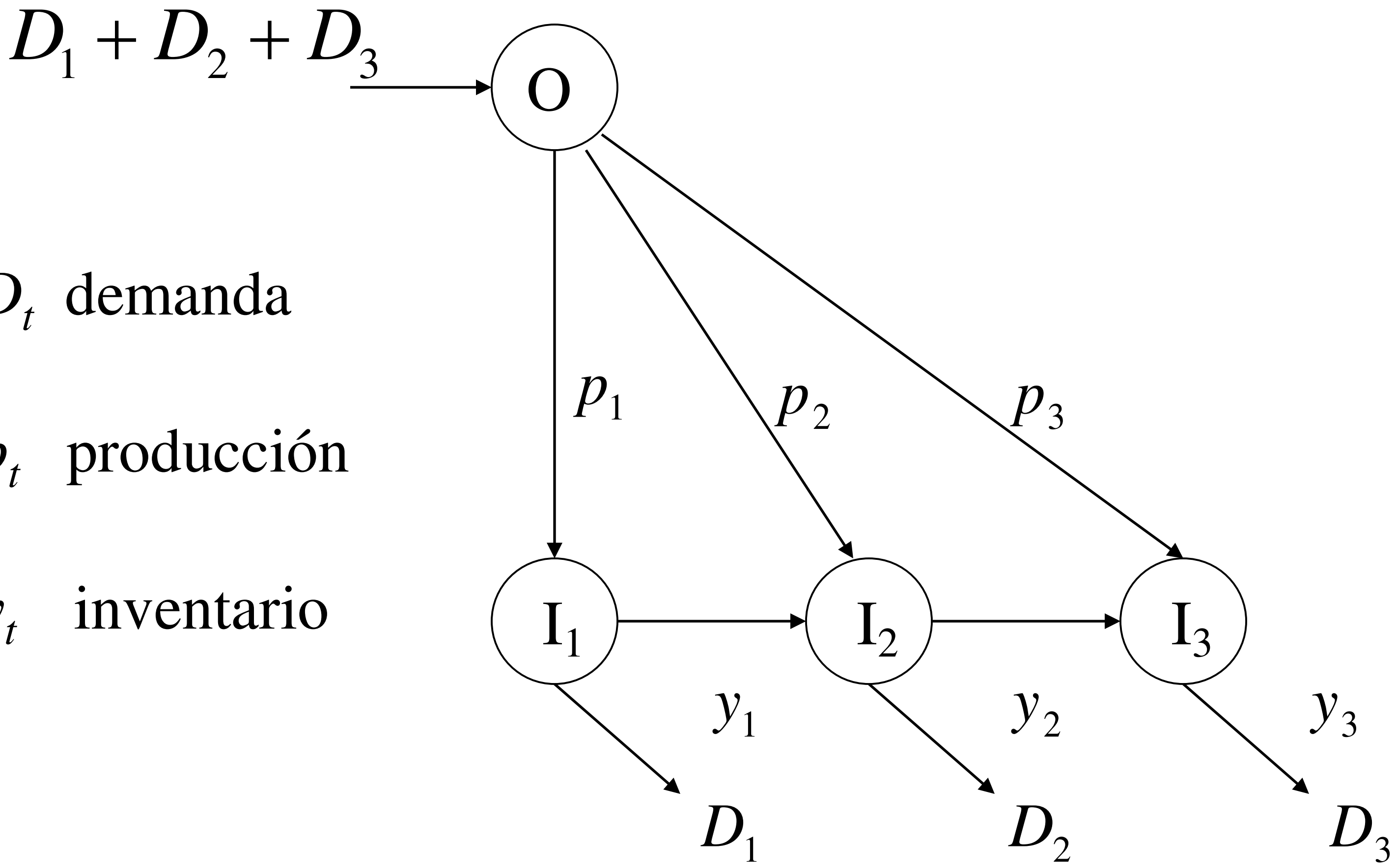
ELSP: Extensiones

- Costos cóncavos (Veinott, 1963; Zangwill, 1968)
- Se permiten faltantes en $O(T^3)$, (Zangwill, 1969).
- Generalización a L niveles en $O(T^3 + (L-2)T^4)$, (Zangwill, 1969).
- Capacidad finita estacionaria en $O(T^4)$, (Florian & Klein, 1971)
- Algoritmos de tiempos $O(T)$ y $O(T \log T)$ (Federgruen & Tzur 1991; Aggarwal & Park, 1992; Wagelmans *et al*, 1992).
- Atamtürk and Küçükyavuz (2008): Algoritmo de tiempo $O(T^2)$ para costos fijos de inventario con restricciones de capacidad.

Flujos en Red (Network Flows)

- Grafo dirigido $G = (N,A)$, con $N = \{1,\dots,n\}$ el conjunto de nodos, y $A = \{ (i,j), i,j \in N\}$ el conjunto de arcos. Cada nodo $k \in N$ tiene asignado un valor d_k, y cada arco $(i,j) \in A$ una función de costos $c_{ij}()$.
- Un solo nodo fuente y múltiples destinos: $d_1 > 0$ y $d_k \leq 0$, k = 2,..,n.
- Flujo: vector $x = \{x_{ij} \geq 0, (i,j) \in \mathrm{A}, i,j \in N\}$.
- **SSU-MCFP: Single-Source Uncapacitated Minimum Concave-Cost Network Flow Problem.**
- **Para toda NF existe una SSU-NF equivalente.**

SSU-MCFP para ELSP con $T = 3$



D_t demanda

p_t producción

y_t inventario

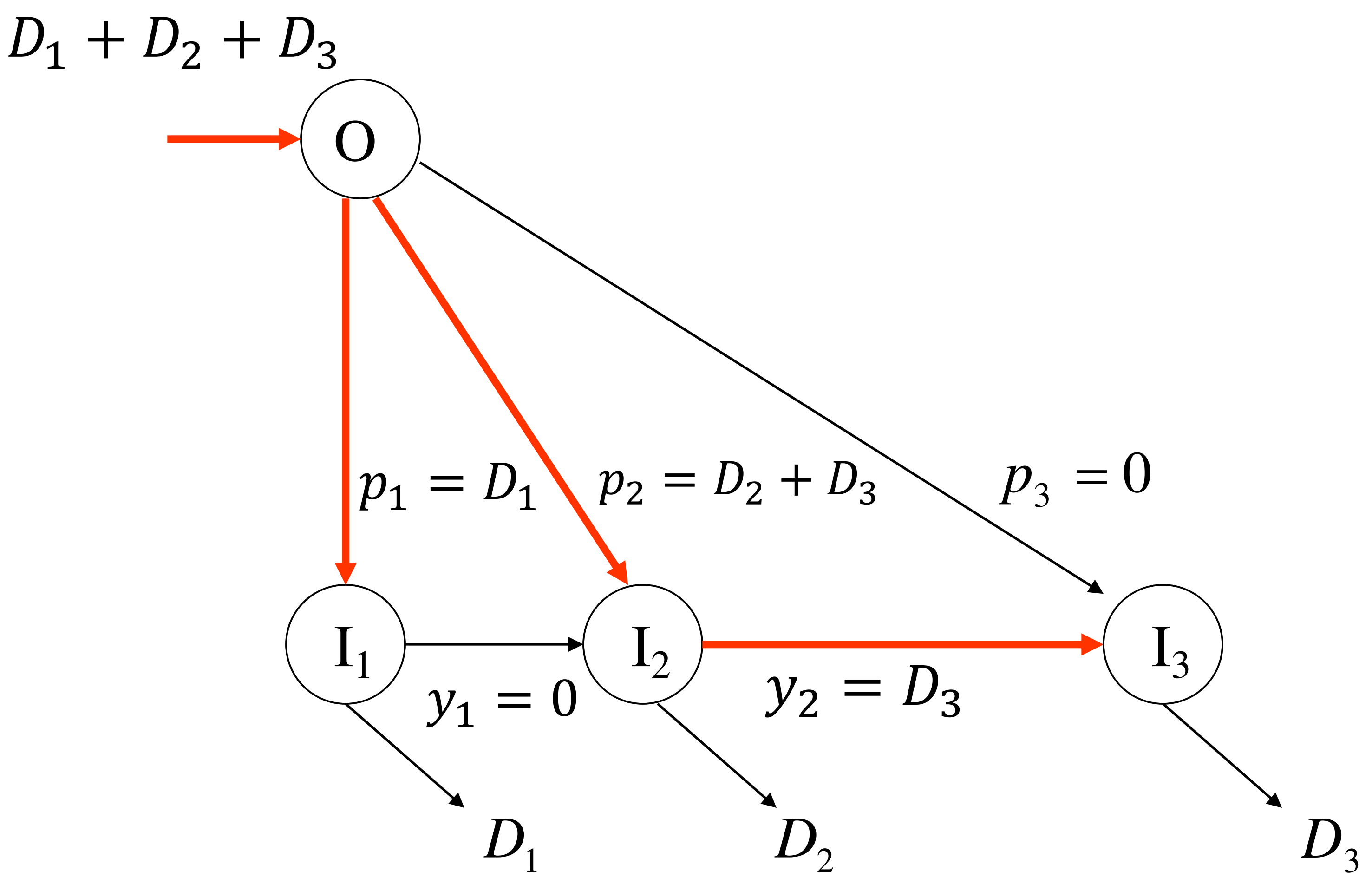
SSU-MCFP: Propiedades

- Si el grafo no tiene ciclos con costos negativos y todos los nodos son alcanzables, entonces existe al menos una solución óptima.
- Si el conjunto de soluciones óptimas no es vacío, al menos una de ellas es un punto extremo (flujo extremo) de la región factible.
- Un flujo extremo se corresponde con una estructura de arborescencia del grafo.
- Si los parámetros son valores enteros, los valores de un flujo extremo (solución óptima) también son enteros.

SSU-MCFP: Complejidad

- El caso general es NP-hard. Incluso en el caso en que el grado de los nodos sea menor o igual a tres (Guisewite and Pardalos, 1991).
- **Si hay K fuentes, existe una solución óptima en la que todo nodo tiene a lo sumo K entradas positivas** (Zangwill, 1968).
  - No es válido cuando hay restricciones de capacidad.

ELSP: Algoritmo de W-W (2) (1)



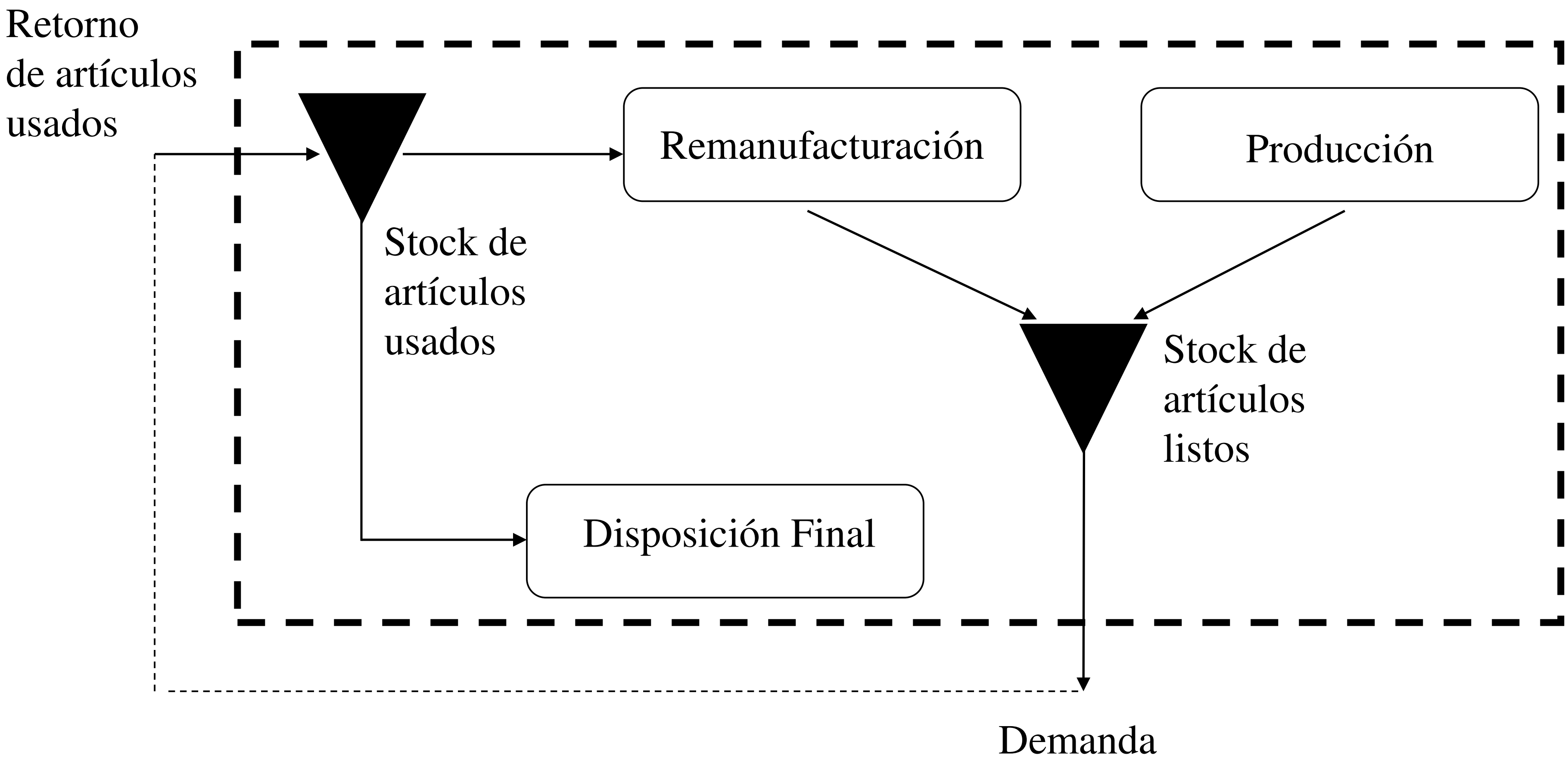
ELSP con Remanufacturación (1)

- La demanda se puede satisfacer también con la remanufacturación de artículos usados devueltos al origen (llamados retornos).
- Opcionalmente los retornos se pueden descartar de manera adecuada (disposición final).
- **Determinar cuándo y cuánto producir, remanufacturar y disponer finalmente, para satisfacer a tiempo la demanda de un cierto artículo, minimizando la suma de todos los costos involucrados.**

ELSP con Remanufacturación (2)

- Remanufacturación: Recuperación de artículos usados para que "luzcan" como nuevos (asegurar que brinda al menos las mismas prestaciones).
- Gestión de retornos: Logística Inversa (*Reverse Logistics*).
- **ELSR: ELSP with Remanufacturing:**
  - Tiempo discreto, demanda y retornos deterministas y dinámicos.
  - Costos asociados a los artículos usados y retornados.
  - Capacidad infinita.

ELSP con Remanufacturación (3)



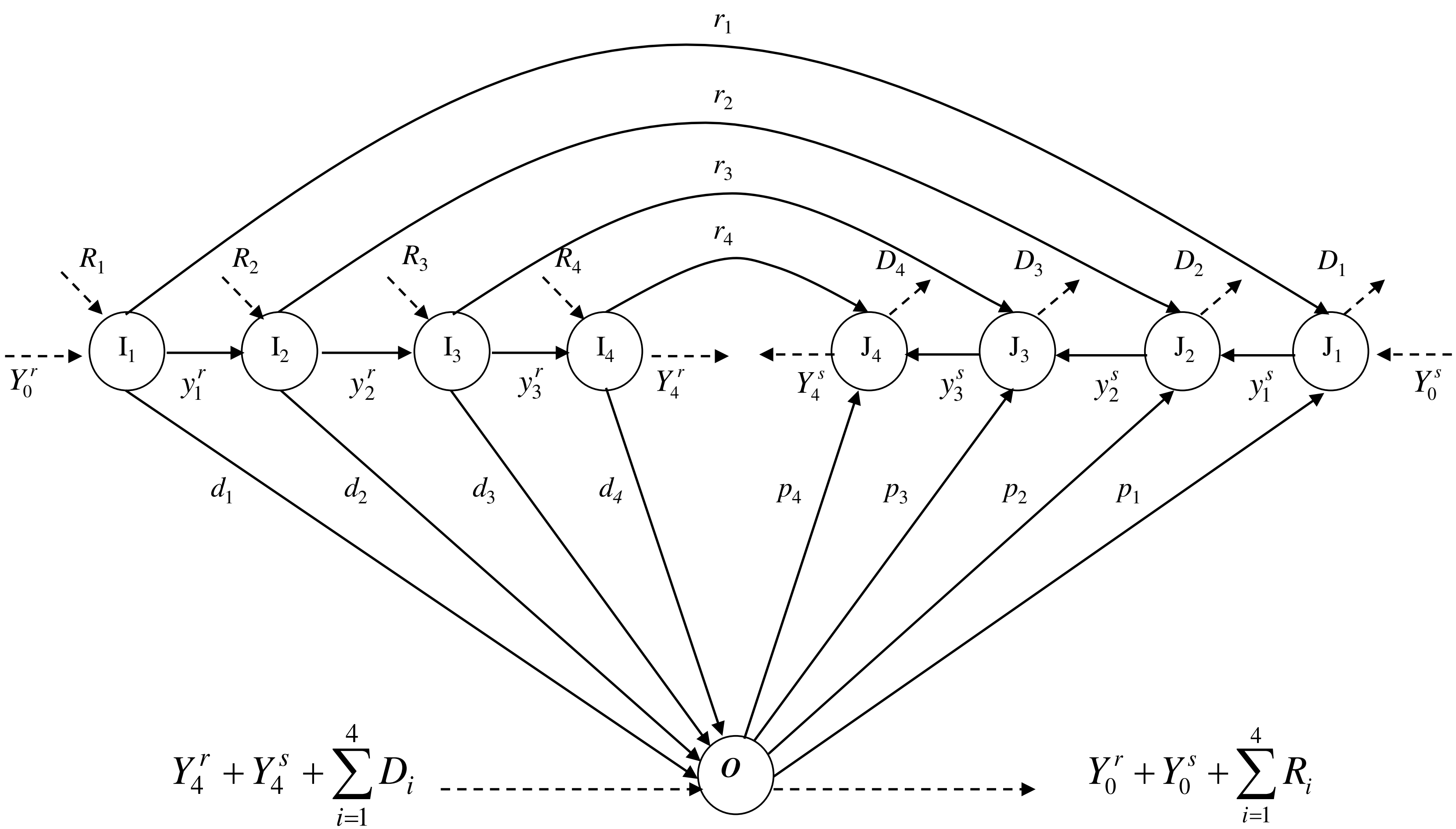
ELSR: Resumen de la literatura (1)

- **Richter et al (2000)(2001)**: Análisis del caso con retornos suficientes en el primer período.
- **Golany, Yang & Yu (2001)**: Análisis de complejidad para el caso de costos cóncavos: NP-hard. Algoritmo exacto para el caso de costos lineales.
- **van den Heuvel (2004)**: Análisis de complejidad para el caso de costos fijos y variables: NP-hard.
- **Yang, Golany & Yu (2005)**: Análisis de complejidad para el caso de costos cóncavos estacionarios: NP-hard. Análisis de la forma de la solución óptima para costos cóncavos. Algoritmo de PD y Heurística basada en la formulación de flujos en red.

ELSR: Resumen de la literatura (2)

- **Teunter et al (2006)**: Costos estacionarios y sin costos variables. Costos de set-up juntos y separados. (*)
- **Piñeyro & Viera (2009)**: Políticas de inventario y procedimiento Tabu Search.
- **Schulz (2011)**: Extensión de heurística de Silver-Meal. (*)
- **Retel-Helmrich et al (2014)**: Comparación de diferentes formulaciones y análisis de complejidad.
- **Li et al (2014)**: Procedimiento Tabu Search combinado con LP para resolver subproblemas. (*)
- **Baki et al (2014)**: Procedimiento PD de orden polinomial. (*)
- **Sifaleras et al (2015)**: Procedimiento VNS. (*)
- **Piñeyro & Viera (2015)**: Procedimiento Tabu Search mejorado. (*)
- **Piñeyro & Viera (2018)**: Procedimiento heurístico para ELSR con objetivos de recuperación. (*)

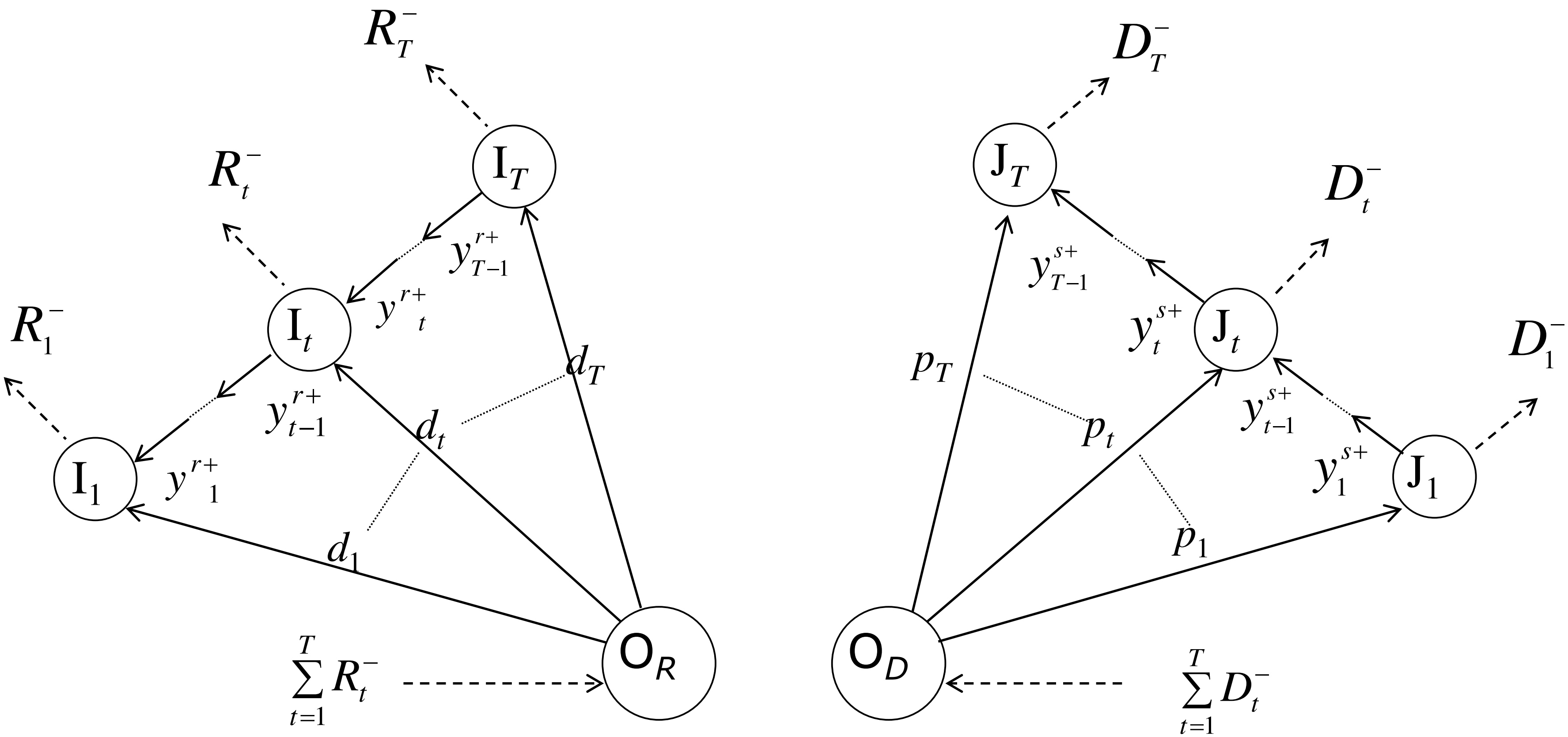
Red para el ELSR



ELSR: Descomposición del problema

- **Si la remanufacturación es conocida, los planes óptimos de producción y disposición final se pueden determinar eficientemente (tiempo polinomial), por ejemplo con W-W en $O(T^2)$.**
- El ELSR se reduce entonces a encontrar la ***remanufacturación de costo perfecto***: el plan de remanufacturación de una solución óptima del ELSR.
- Obtener la remanufacutración de costo perfecto es un problema NP-hard.

ELSR: Formulación en 2-Redes con remanufacturación conocida

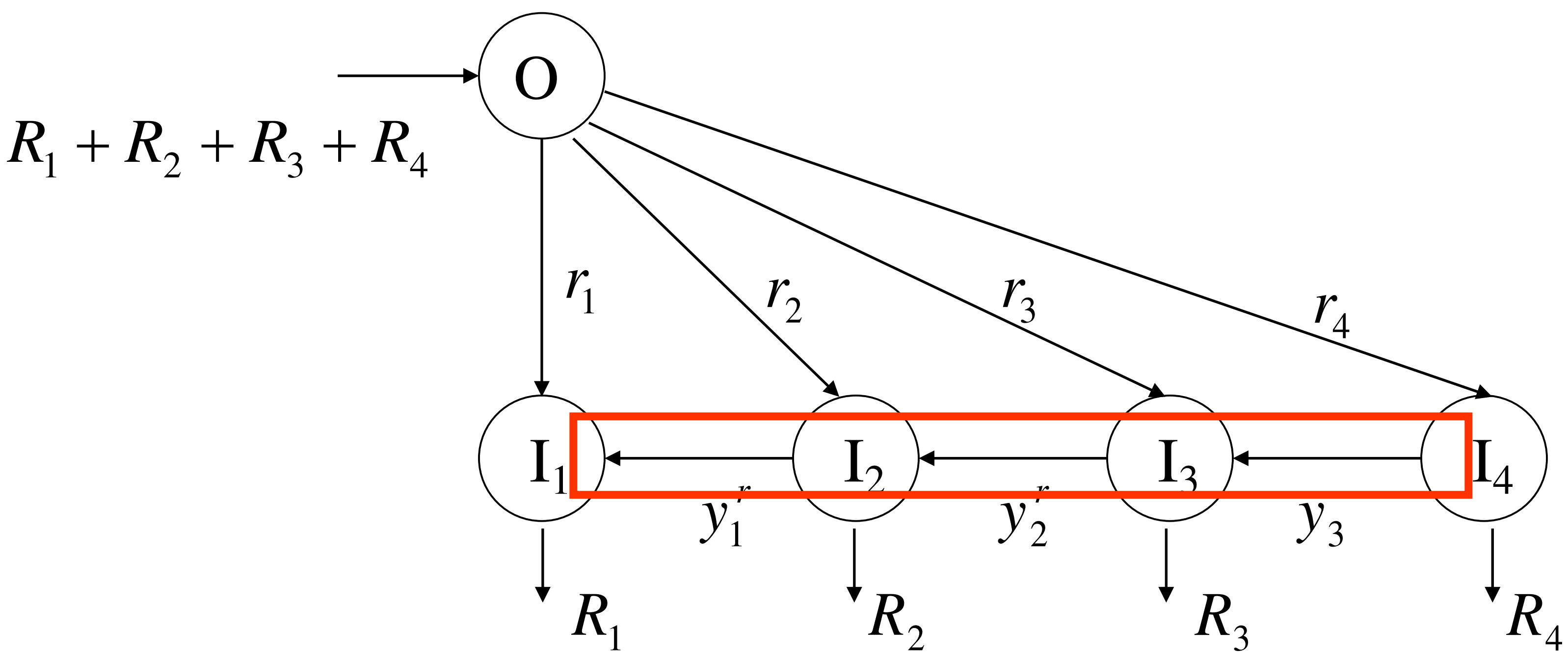


El problema de la Remanufacturación

- **Retornos útiles**: Para todo período se cumple que los retornos disponibles son a lo sumo iguales a la demanda restante: $R_{iT} \leq D_{iT}\ \forall i = 1,\ldots,T$.
- **Remanufacturación útil**: La cantidad a reman. en un período es a lo sumo igual a la demanda restante: $r_{iT} \leq D_{iT}\ \forall i = 1,\ldots,T$.
- **URP**: Encontrar la remanufacturación útil de costo mínimo. Problema NP-hard, aún en el caso de retornos útiles.

Heurística para resolver el URP cuando los retornos son útiles (1)

- Resolver un problema de flujo de costo mínimo para obtener el plan de rem. óptimo considerando sólo los costos de los retornos.



Heurística para resolver el URP cuando los retornos son útiles (2)

- Descartar planes que no sean útiles:

$$r_{iT} \leq D_{iT}, \quad \forall t = 1,2,\ldots,T$$

- Considerar el costo de inventario de artículos listos:

$$y_t^s = \max(y_{(t-1)}^s + r_t - D_t, 0), \quad 1 \leq t \leq T$$

Políticas propuestas para el ELSR

- **UR**: Aplicar la heurística anterior para hallar la remanufacturación y W-W para los planes de producción y disposición final óptimos.
- **P1RM**: Producir la cantidad necesaria en el primer período, y remanufacturar en los M siguientes.
- **PNRM**: Generalización de la anterior, donde se produce lo necesario en los N primeros períodos.
- **Rp2p**: Remanufacturar siempre que sea posible y necesario.
- **FP4R**: Dados los períodos donde se remanufactura, las cantidades se determinan como el mínimo entre los retornos disponibles y la demanda acumulada hasta el próximo período de remanufacturación. Los otros planes como en UR.
- **Zero Remanufacturing**: No remanufacturar.

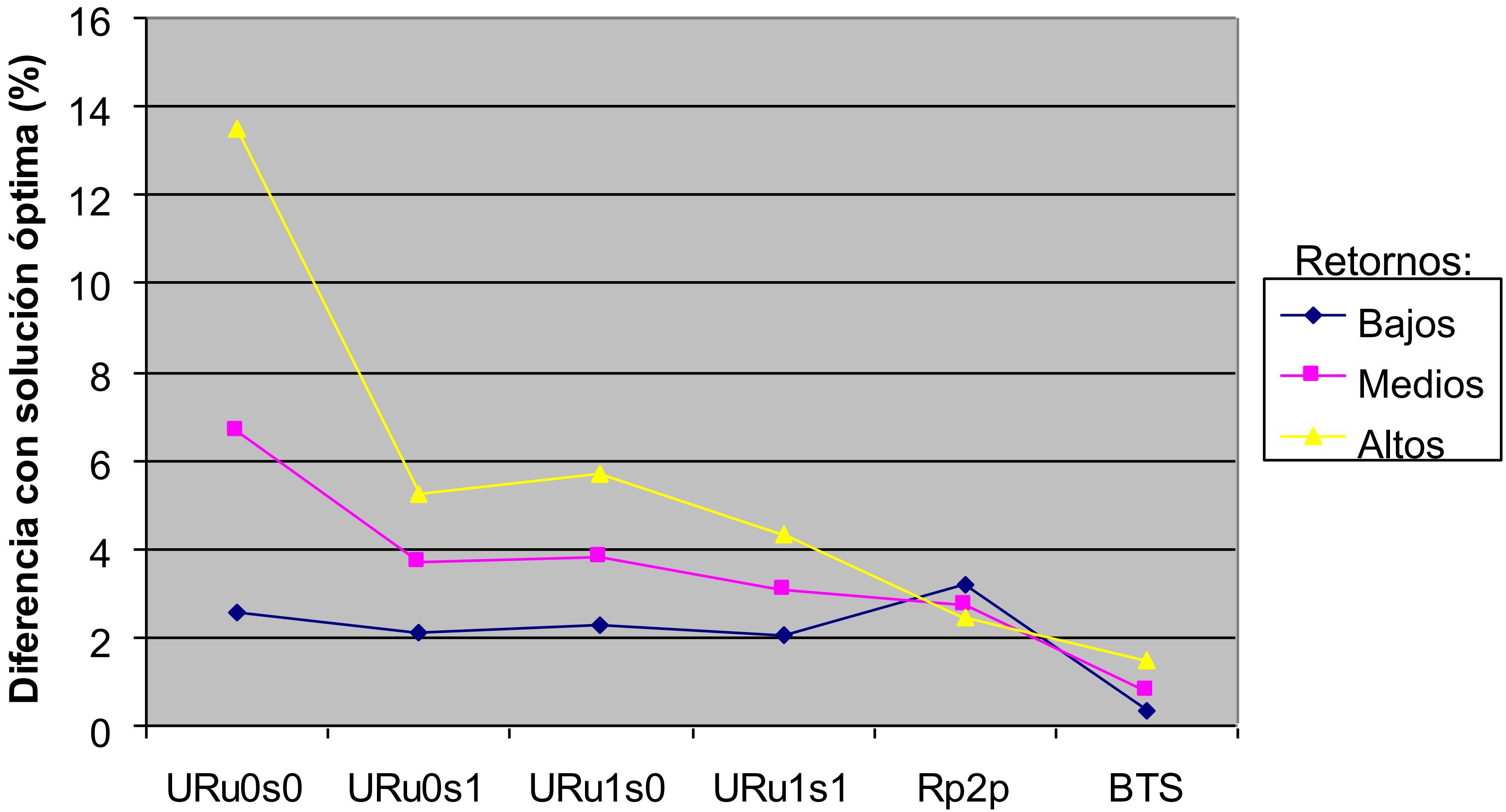
BTS: Tabu Search para el ELSR

- Utilizar la metaheurística de Tabu Search para explorar las soluciones del ELSR de acuerdo a la política FP4R.
- Representación de una solución mediante una T-tupla (0,1): 1 si la rem. es positiva, 0 si no.
- Vecindad: distancia de Hamming (valores impares).
- Movimiento: Swap (1 por 0, 0 por 1).
- Criterio de parada: Total de iteraciones y de máximo sin mejora.
- Gestión de la lista tabú: FIFO.

BTS: Tabu Search para el ELSR

1. Parámetros: Total de iteraciones, máximo sin mejora, tamaño de la lista tabú, T-tupla (0,1) inicial.
2. Determinar la solución ELSR inicial mediante FP4R. Calcular el costo de la misma.
3. Construir el conjunto de soluciones vecinas con $d = 1$ en $O(T)$.
4. Para cada solución vecina que no está en la lista tabú:
   a) Determinar la solución ELSR correspondiente y calcular el costo de la misma.
   b) Si corresponde, marcar la solución como la mejor solución vecina hasta el momento.
5. Si corresponde, marcar la mejor solución vecina, como la mejor solución global.
6. Si ningún criterio de parada se cumple, volver al punto 3 con la solución del punto 5.

Resultados experimentales (2009)



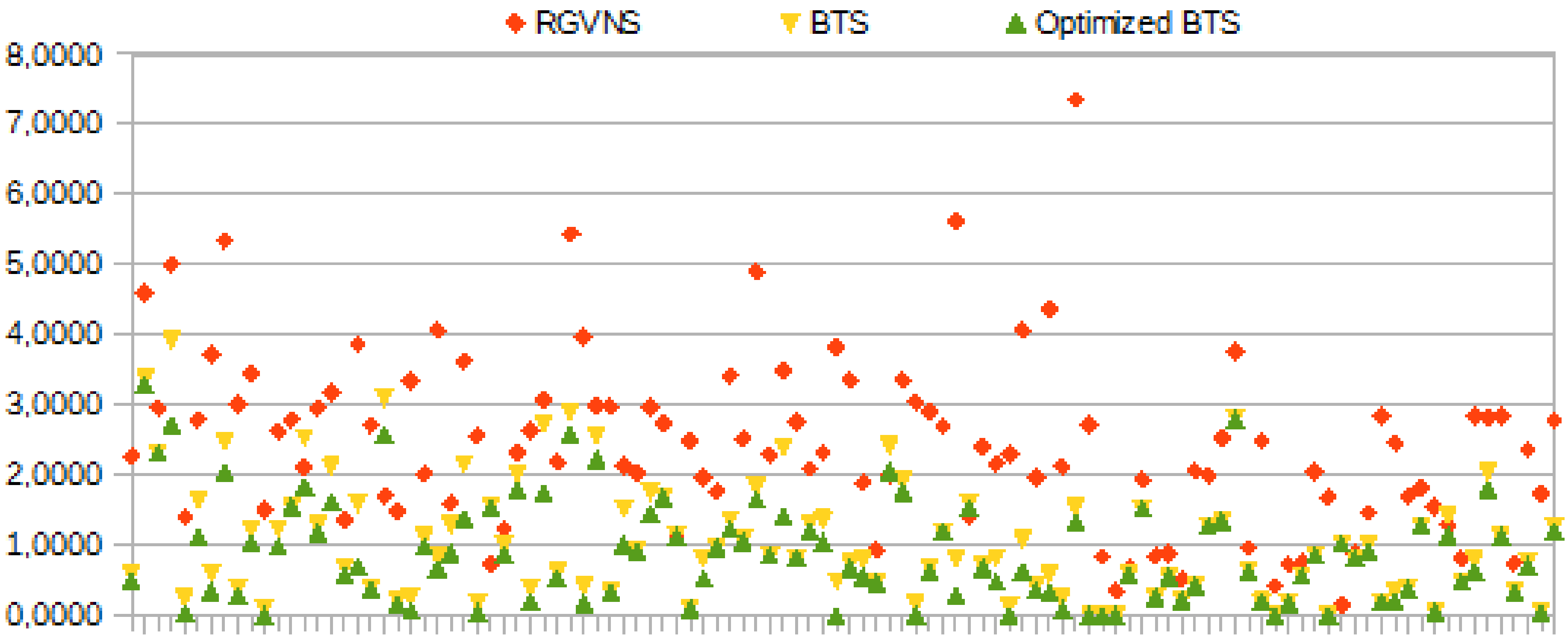
OBTS: BTS Optimizado para el ELSR (*)

- **Propiedad de inventario cero extendida**: existe una solución óptima del ELSR (*) que cumple $p_i y_t^s p_j = 0$ y $r_i y_t^s r_j = 0$ para todo par de períodos i, j con $1 \le i \le t < j \le T$.
- Al final de la ejecución del BTS original, verificar que la solución cumple con la propiedad de inventario cero extendida. En caso contrario, modificar el plan de remanufacturación para que se cumpla.

Resultados experimentales (2015)

- BTS supera RGVNS en 100 de 108 instancias.
- OBTS supera RGVNS en 102 de 108 instancias.
- OBTS supera BTS en 70 de 108 instancias.
- BTS alcanza la solución óptima en 5 instancias y OBTS en 7 instancias. RGVNS no es capaz de alcanzar al solución óptima para ninguna instancia.
- BTS y OBTS son en promedio 20 veces más rápidas que el RGVNS, y 10 veces en el peor caso.

Resultados experimentales (2015)



Porcentajes de error para las 108 instancias grandes de 52 períodos propuestas en Sifaleras et al. (2015).
El algoritmo RGVNS es propuesto en Sifaleras et al. (2015).

Resultados experimentales (2015)

	Avg. (%)	Std. (%)	Min. (%)	Max. (%)
RGVNS	2.4402	1.2453	0.1458	7.3507
BTS	1.0530	0.8350	0.0000	3.9226
Optimized BTS	0.8784	0.7239	0.0000	3.2955

Porcentaje de desvío contra Gurobi.

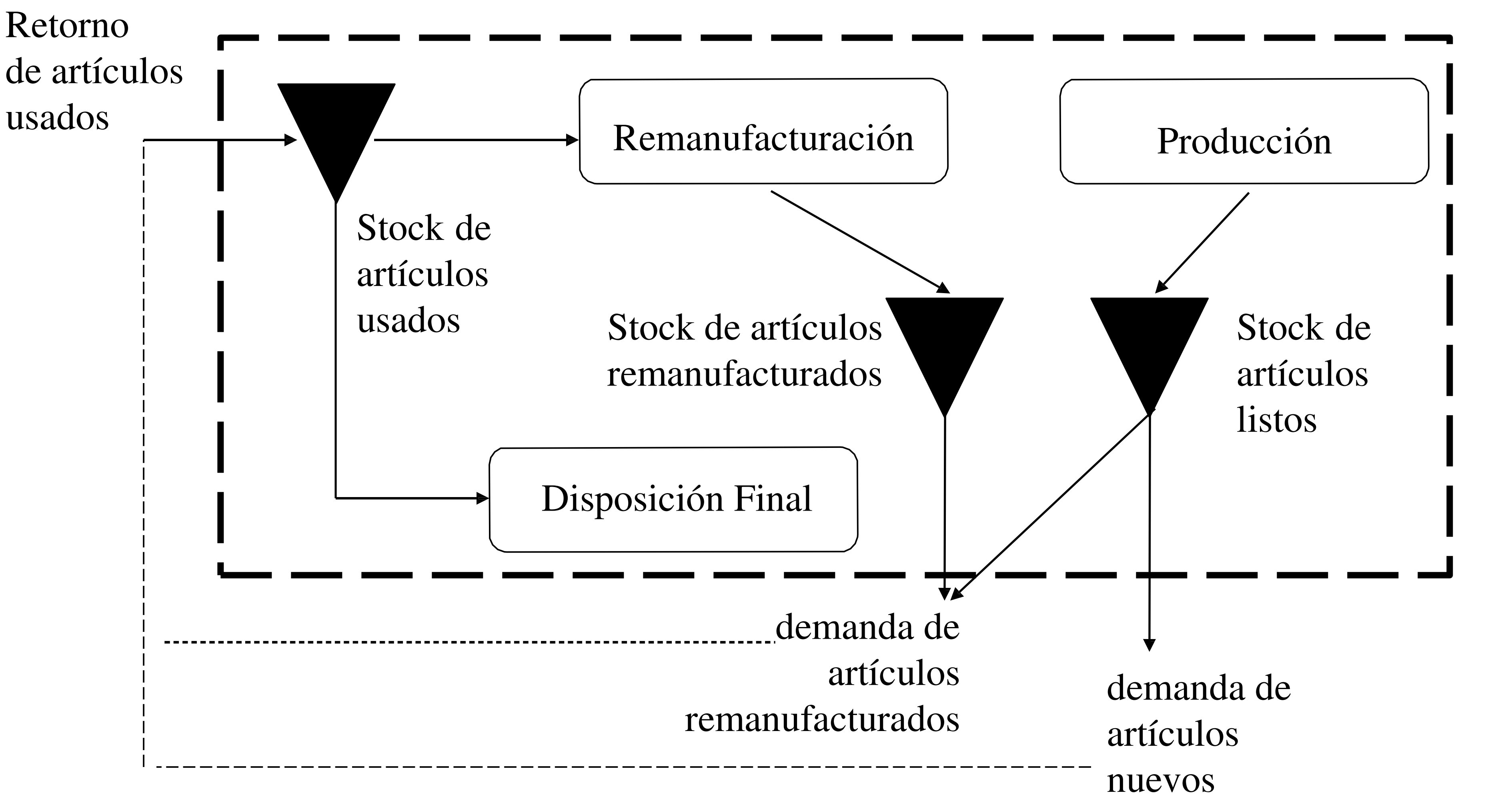
	Avg. (s)	Std. (s)	Min. (s)	Max. (s)
Gurobi 5.6.2	2450.55	1425.82	3.47	3600.03
RGVNS	30.00	0.00	30.00	30.00
BTS	1.30	0.49	0.72	3.03
Optimized BTS	1.31	0.47	0.74	2.88

Tiempos de ejecución en segundos.

ELSR-S: ELSR con Sustitución (1)

- Dos segmentos de mercado diferentes: una para artículos nuevos y otra para remanufacturados.
- ***One-way substitution*: La demanda de los artículos remanufacturados se puede satisfacer con nuevos si es necesario, pero no viceversa.**
- Aparecen costos de inventario de artículos remanufacturados diferentes a los de los nuevos.
- Costos lineales y de la forma de una componente fija más una lineal ($K_t + c_t x_t$).
- **ELSR-S**: **ELSP with Remanufacturing and one-way Substitution.**

ELSR-S: ELSR con Sustitución (2)



Rem. y Sustitución: Revisión de la Literaratura

- **Inderfurth, 2004**: Políticas óptimas para el problema con demanda constante, con inventario inicial y tiempo de entrega positivos.
- **Bayindir et al, 2005 y 2007**: Efecto de la sustitución bajo restricciones de capacidad.
- **Li et al, 2006**: Versión multiproducto, sin considerar la disp. final, ni distinción entre artículos remanufacturados y nuevos. Se propone algoritmo basado en el caso particular de retornos suficientes en el primer período.

ELSR-S: Modelo Matemático

$$\min \sum_{t=1}^{T} \left\{ K_t^p \delta_t^p + c_t^p p_t + c_t^s s_t + K_t^r \delta_t^r + c_t^r r_t + K_t^d \delta_t^d + c_t^d d_t + h_t^p y_t^p + h_t^r y_t^r + h_t^u y_t^u \right\}$$

subject to :

$$y_t^p = y_{t-1}^p + p_t - s_t - DP_t \qquad \forall t = 1,2,\ldots,T$$

$$y_t^r = y_{t-1}^r + r_t + s_t - DR_t \qquad \forall t = 1,2,\ldots,T$$

$$y_t^u = y_{t-1}^u + R_t - r_t - d_t \qquad \forall t = 1,2,\ldots,T$$

$$s_t \le DR_t \qquad \forall t = 1,2,\ldots,T$$

$$M\delta_t^p \ge p_t \qquad \forall t = 1,2,\ldots,T$$

$$M\delta_t^r \ge r_t \qquad \forall t = 1,2,\ldots,T$$

$$M\delta_t^d \ge d_t \qquad \forall t = 1,2,\ldots,T$$

$$y_0^s = y_0^r = y_0^u = 0$$

$$M\delta_t^s \ge s_t \qquad \forall t = 1,2,\ldots,T$$

$$M\delta_t^{yr} \ge y_t^r \qquad \forall t = 1,2,\ldots,T$$

$$\delta_t^s + \delta_t^{yr} = 1 \qquad \forall t = 1,2,\ldots,T$$

$$\delta_t^p, \delta_t^r, \delta_t^d, \delta_t^s, \delta_t^{yr} \in \{0,1\} \quad p_t, s_t, r_t, d_t, y_t^p, y_t^r, y_t^u \ge 0 \qquad \forall t = 1,2,\ldots,T$$

ELSR-S: Características

- Extensión del ELSR. Problema NP-hard.
- Se puede aplicar la descomposición en actividades al igual que en el ELSR. Aparece también el concepto de remanufacturación de costo perfecto.
- Maximizar la remanufacturación no es necesariamente la mejor opción, incluso cuando remanufacturar es lo más conveniente.
- **Permitir sustitución puede ser económicamente conveniente.**

ELSR-S: Ejemplo

T	5
R	10
$DP=DR$	10
K^p	200
c^p	40
K^r	150
c^r	20
K^d	150
c^d	20
c^s	10
h^p	10
h^r	3
h^u	1

Solución óptima **con** sustitución:

$\{p_1 = 30,\ p_3 = 20,\ p_5 = 10,\ r_2 = 20,\ r_4 = 20\}$,

Valor óptimo = 4490.

Solución óptima **sin** sustitución:

$\{p_1 = 30,\ p_4 = 20,\ r_t = 10,\ t = 1,\ldots,5\}$,

Valor óptimo = 4550.

Tabu Search para el ELSR-S

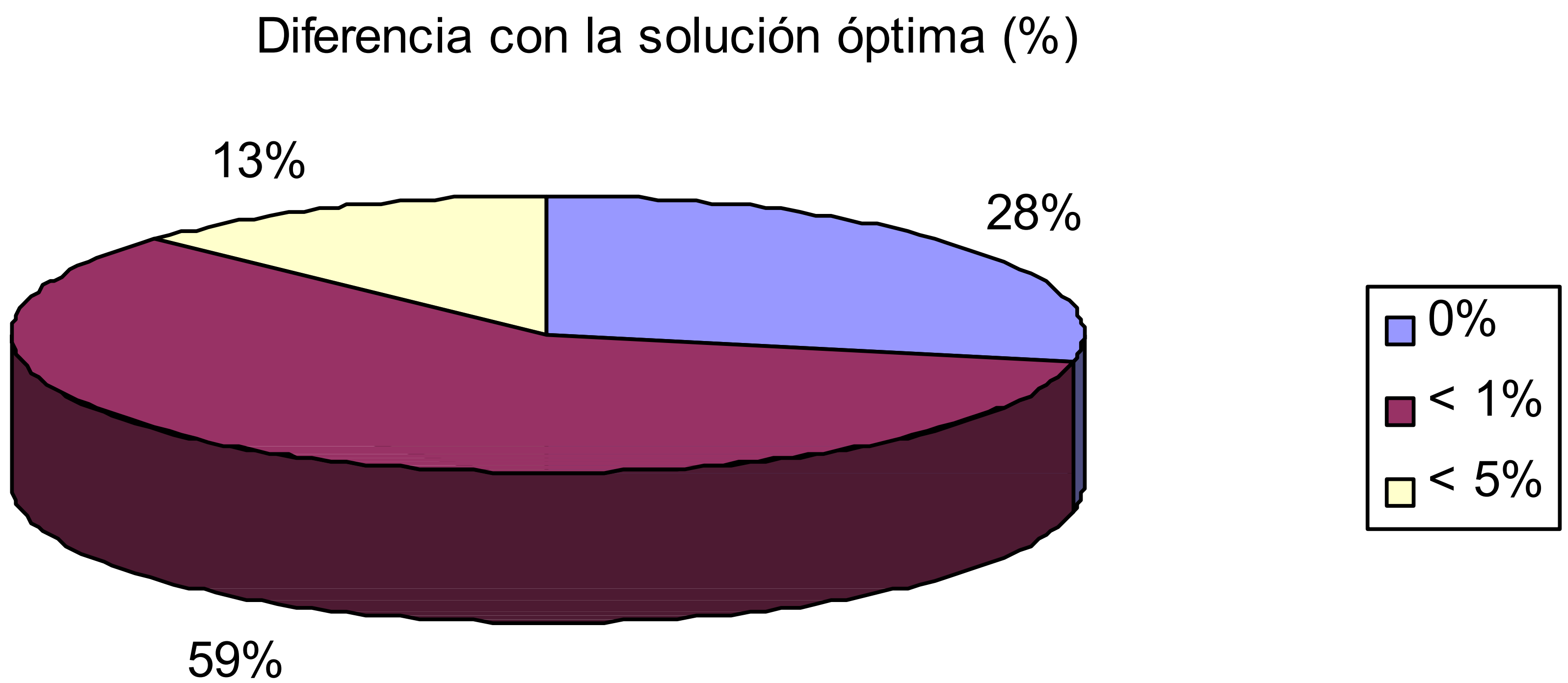
- Extender el procedimiento de TS diseñado para el ELSR, al caso con sustitución.
- Determinar las fórmulas para las diferentes cantidades:

$$r_t = \min(DR_{t(j-1)}, y^u_{t-1} + R_t) \quad 1 \le t < j \le T$$

$$\begin{cases} s_t = \max\left\{(DR_{1t} - r_{1t} - s_{1(t-1)}), 0\right\} & 1 \le t \le T \\ s_{1,0} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta_t = \max\left\{(R_{tT} - r_{tT} - \Delta_{(t+1)T}), 0\right\} & 1 \le t \le T \\ \Delta_{T+1} = 0 \end{cases}$$

Resumen de resultados experimentales (2010)



Bibliografía (Introducción)

- **Hillier SH, Lieberman GJ, 1997**. Introducción a la Investigación de Operaciones, Cap. 17, pp. 733 – 749.
- **Wagner HM, Whitin TM, 1959**. Dynamic Version of the Economic Lot Size Model. *Management Science* 5, 89 – 96.
- **Zangwill W, 1968**. Minimum Concave Cost Flows In Certain Networks. *Management Science* 14, 429 – 450.
- **Ahuja RK, Magnanti TL, Orlin JB, 2005**. Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications. Prentice Hall.
- **Guisewite GM, Pardalos PM, 1991**. Algorithms for the Single-Source Uncapacitated Minimum Concave-Cost Network Flow Problem. *Journal of Global Opt*imization 1, 245 – 265.

Bibliografía (ELSR)

- **Yang J, Golany B, Yu G, 2005**. A Concave-cost Production Planning Problem with Remanufacturing Options, *Naval Res. Log*. 52, 443 – 458.
- **Teunter R, Bayindir Z, van den Heuvel W, 2006**. Dynamic lot sizing with product returns and remanufacturing. *Int. J. Prod. Res*. 44(20), 4377 – 4400.
- **Piñeyro P, Viera O, 2009**. Inventory Policies for the Economic Lot-Sizing Problem with Remanufacturing and Final Disposal options. *J. Ind. Manag. Opt*. 5(2), 217 – 238.
- **Sifaleras A, Konstantaras I, Mladenović N, 2015**. Variable neighborhood search for the economic lot sizing problem with product returns and recovery. *Int. J. Prod. Econ*. 160(1), 133 – 143.
- **Piñeyro P, Viera O, 2015**. The economic lot-sizing problem with remanufacturing: analysis and an improved algorithm. *Journal of Remanufacturing* 5:12 (open access).

Bibliografía (ELSR-S)

- **Inderfurth K, 2004**. Optimal Policies in Hybrid Manufacturing/Remanufacturing Systems with Product Substitution. *Int. J. Prod. Econ.* 90: 325–343.
- **Bayindir ZP, Erkip N, Güllü R, 2005**. Assessing the benefits of remanufacturing option under one-way substitution. *J. Op. Res. Soc.* 56: 286–296.
- **Bayindir ZP, Erkip N, Güllü R, 2007**. Assessing the benefits of remanufacturing option under one-way substitution and capacity constraint. *Comp. & Op. Res.* 34: 487–514.
- **Li Y, Chen J, Cai X, 2006**. Uncapacitated production planning with multiple product types, returned product remanufacturing, and demand substitution. *OR Spectrum* 28: 101–125.
- **Piñeyro P, Viera O, 2010**. The Economic Lot-Sizing Problem with Remanufacturing and one-way Substitution. *Int. J. Prod. Econ.* 124(2), 482–488.