Cálculo de predicados

Las funciones es_par y es_impar para enteros (even y odd en ISetL), pueden definirse de la siguiente manera:

> es_par : Z → Bool
> es_par(x) = (x mod 2 = 0)
>
> es_impar : Z → Bool
> es_impar(x) = not (es_par(x))

Sea la siguiente proposición:

0) El resto de la división entera entre 56 y 15 es impar.

1) Escriba la proposición en matemáticas usando mod y es_impar.

2) A partir del enunciado 0), escriba en matemática enunciados tales que

   a. una de las constantes se mantenga y la otra sea generalizada para cualquier otro número usando una variable.
   b. lo mismo, pero dejando constante la generalizada en a) y generalizando la otra..
   c. las dos constantes sean generalizadas para números cualesquiera.

3) Repase la introducción del concepto de variable libre/ligada en la Actividad 1.

4) ¿Es posible evaluar los enunciados obtenidos en 2? Justifique.

5) Modifique sus enunciados usando cuantificadores (∀, ∃) de modo que podamos saber si los enunciados son verdaderos o falsos.

Observe que al evaluar un enunciado de la forma $\forall\ x \in A \mid P(x)$ o $\exists\ x \in A \mid P(x)$ siempre se obtiene un resultado del conjunto Bool (true o false).

La expresión P(x) se denomina *alcance del cuantificador* y significa que el mismo afecta a todas las ocurrencias de la variable x en P.

Escriba usando cuantificadores, las siguientes definiciones:

Definición de neutro de los números enteros: existe un entero e tal que para todo numero entero x , x + e = x.
Definición de inverso de un número entero: para todo número entero x existe un entero y tal que x + y = e.
Definición de las propiedades reflexiva/simétrica/transitiva de una relación binaria R en un conjunto A:
Para todo elemento x si $x \in A$ entonces $(x,x) \in R$
Para todo $x \in A$, para todo $y \in A$, si $(x,y) \in R$ entonces $(y,x) \in R$
Para todo $x \in A$, para todo $y \in A$, para todo $z \in A$, si $(x,y) \in R$ y $(y,z) \in R$ entonces $(x,z) \in R$.

Definición de la relación “ser subconjunto de”: dados dos conjuntos A y B, para todo x si $x \in A$ entonces $x \in B$.

Demuestre que si A={}, A es subconjunto de B para todo conjunto B.