Cálculo de predicados

En Isetl, $\forall$ y $\exists$ se escriben forall y exists respectivamente. “tal que” puede escribirse con | o con : indistintamente. Los conjuntos involucrados son siempre finitos. Por ejemplo,

$\forall x \in \{1..10\}, x < 2$	se escribe en Isetl	forall x in {1 .. 10} | x < 2
$\exists\ x \in \{1..10\}$, x es par	se escribe en Isetl	exists x in {1..10} | even(x) o exists x in {1..10}| x mod 2 = 0

$\forall x \in \{1..10\}, \exists\ y \in \{1..10\}, x \geq y$ se escribe en ISetL
forall x in {1..10} : exists y in {1..10} | x >= y
(observar el uso de : o |).

Dado que los conjuntos en Isetl deben ser finitos, podemos determinar el valor de un predicado automáticamente. En general, no es posible obtener el valor de cualquier predicado mediante un algoritmo.

Observar la relación entre la negación y los cuantificadores, evaluando el siguiente ejemplo:

not(forall x in [1,2,3,4] | even(x)) = exists x in [1,2,3,4] | odd(x);

Esta propiedad se cumple para cualquier conjunto y expresión booleana. Complete la propiedad, escribiendo un predicado usando $\exists$ del lado derecho del =.

not($\forall x \in$ A, P(x)) = …

Ejercicios

1. Escribir en matemática un predicado equivalente a

   $$\text{not}(\forall x \in Z,\ \exists\ y \in Z : y > x)$$

   sin usar la operación not.

2. Implementarlo en ISetL sustituyendo Z por {-10 .. 10}.

3. Implemente en ISetL las definiciones de neutro e inverso para los números enteros, especificadas en los ejercicios de la Actividad 3, usando {-10 .. 10} en lugar de Z.

4. Observar que el orden de los cuantificadores es relevante evaluando

```
forall x in [-10..10] : exists y in [-10..10] | x+y = 0;
exists y in [-10..10] : forall x in [-10..10] | x+y = 0;
```

5. Dado el conjunto A={1,2,3} definir una relación binaria en él (como un conjunto de pares) que sea reflexiva pero no simétrica.

6. Probar usando ISetL que la relación cumple con la propiedad indicada (es reflexiva pero no simétrica).

7. Verificar usando ISetL si la relación que ud. definió es transitiva o no.

8. Verificar usando ISetL qué propiedades tiene la relación vacía en A (reflexiva, simétrica, transitiva) Para ello defina por ejemploQ:={ } como la relación vacía en A.