

# **Construir conceptos de DIVISIBILIDAD en Formación Docente aplicando ISETL**

**Profesoras:  
Adriana Fajardo  
Alicia Carbajal  
Año 2006**

## **INDICE**

- *Introducción* .....4

• Objetivos generales.....	5
• Objetivos específicos.....	6
• Fundamentación.....	6
• Metodología y organización.....	8
• Evaluación.....	10
• Actividades.....	11
• N <sup>o</sup> 1) División entera en N.....	11
• N <sup>o</sup> 2) Divisores.....	12
• N <sup>o</sup> 3) Múltiplos.....	15
• N <sup>o</sup> 4) Máximo Común Divisor.....	16
• N <sup>o</sup> 5) Mínimo Común Múltiplo.....	19
• N <sup>o</sup> 6) Evaluación final.....	22
• Bibliografía.....	23

*"...nuestra tarea no es enseñar a los estudiantes a pensar... ellos ya lo hacen; sino intercambiar nuestras formas de pensamiento con cada uno de los otros y mirar juntos para encontrar mejores formas de enfocar la decodificación de un objeto".*

Paulo Freire

*Éste es el informe final del trabajo realizado como evaluación del curso Matemática Discreta usando Isetl dictado por el Instituto de Computación de la Facultad de Ing. para estudiantes y docentes de la Educación Media. Se describe una metodología para introducir el tema: "Divisibilidad". en el curso de primer año para alumnos de magisterio.*

*Esta experiencia será llevada a cabo en los próximos meses en el IFD de San Ramón.*

*Tendrá una duración aproximada de siete módulos (catorce clases) dedicando la última a la evaluación de los alumnos en relación a los objetivos que se indicarán.*

### **OBJETIVOS GENERALES:**

- *Lograr que el alumno de Magisterio conozca y aplique un lenguaje de programación para la comprensión de un tema.*
- *Valorar la precisión, simplificación y utilidad del lenguaje matemático para representar, comunicar o resolver diferentes situaciones de la vida cotidiana.*
- *Integrar al proceso de resolución de problemas una etapa de implementación de la soluciones en un lenguaje de programación.*
- *Sensibilizar y promover el interés crítico en el análisis de las informaciones, enunciados y mensajes de la matemática a través de implementarlas en el lenguaje de programación.*
- *Fomentar la curiosidad e interés por encontrar regularidades numéricas.*
- *Analizar distintas estrategias de resolución que los alumnos encuentren sobre un mismo problema.*
- *Rescatar la importancia de una presentación ordenada y clara del proceso seguido como forma de comunicación importantísima en la enseñanza y el aprendizaje de un concepto, acompañada de un procedimiento de metacognición fundamental en la formación de maestros.*

### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS:**

- *Adquirir el concepto de división entera en  $N$*
- *Identificar y relacionar múltiplos y divisores de un número natural.*

- Analizar el concepto de relación mediante estas dos concretas: relación múltiplo y relación divisor
- Comprobar qué propiedades cumple ambas relaciones.
- Obtener los divisores y múltiplos comunes a dos números.
- Calcular todos los divisores de un número.
- Conceptualizar M.C.D. y m.c.m de dos números naturales como un número natural correspondiente entre ellos.
- Saber cómo calcularlos mediante diferentes procedimientos.
- Analizar el concepto de operación en  $\mathbb{N}$  usando estas dos: MCD y mcm.
- Comprobar qué propiedades cumplen diferenciando las propiedades de las relaciones con las de las operaciones.
- Resolver problemas en los que tengan que aplicar conceptos de divisibilidad en el proceso de resolución de problemas.

## **FUNDAMENTACIÓN:**

La Dra. María del Carmen Chamorro, en su artículo: “¿Qué Didáctica de las Matemáticas necesita la sociedad del siglo XXI?”,

(en: “Cuadernos de Estudio” elaborado por el Programa para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Matemática en ANEP) hace referencia al gran desarrollo de la Informática y su vínculo con la Matemática, destacando cómo es posible mostrar conceptos matemáticos y experimentar empleando algún “software” didáctico adecuado.

El Dr. Omar Gil respondiendo a éste artículo agrega, además del papel instrumental que la computación puede tener para la enseñanza de la Matemática, introduce comentarios en esta dirección:

-“La Informática y la Matemática son disciplinas que tienen una vinculación muy estrecha [...] No existe una frontera claramente definida entre ambas. Esta relación profunda debería reflejarse en el aula.”

-“Cuestiones propias de la Informática son una riquísima fuente potencial de problemas y actividades adaptadas a los distintos niveles de la enseñanza de la Matemática. Por ejemplo, estudiar por qué funcionan y cómo funcionan, algoritmos de distinta naturaleza en diferentes contextos, ofrece una gran gama de situaciones y niveles de dificultad con los que trabajar, desde comprender el funcionamiento de algunos algoritmos ingenuos que los niños emplean en sus juegos hasta el análisis de procedimientos complejos de optimización y organización de la información que requieren matemáticas de un nivel preuniversitario o universitario”.

-“Considero vital para una adecuada presentación de la Informática en el sistema educativo mostrarla desde esta relación profunda que tiene con la Matemática”...

-“Parece aconsejable buscar para cada nivel del sistema educativo de qué maneras puede mostrarse este núcleo de la actividad científica de nuestra época e incluir en el repertorio de habilidades de cálculo de niños y jóvenes el uso adecuado de herramientas como las computadoras”.

-“Insistiendo nuevamente en el interés de mostrar una motivación genuina para los problemas matemáticos que se consideren en el aula, digamos que el cálculo científico es una fuente de preguntas interesantes que pueden usarse para generar actividades de diferentes niveles de dificultad.”

Fue en esto comentarios en los que encontramos los fundamentos para la propuesta de trabajo de este tema involucrando ISETL.

### **¿POR QUÉ TRABAJAR EN EL TEMA DIVISIBILIDAD?**

- Porque es uno de los temas de Matemática Discreta que está contenido en el currículo de Magisterio: en el primer curso de Matemática.
- Porque es también uno de los temas de los currículos de primaria, motivo por el cual los alumnos de Magisterio se sienten especialmente motivados.
- Tanto se puede analizar en un curso de primer año magisterial como objetivo matemático en sí mismo (así lo encararemos nosotros) como se puede retomar desde el punto de vista didáctico en alguno de los cursos siguientes.
- Una de las integrantes del equipo tiene dos cursos de primer año en el IFD de San Ramón, por lo que efectivamente lo pondremos en práctica (presentaremos las posteriores conclusiones y evaluaciones una vez que lleguemos en el curso al análisis de este tema, ya que en esta primera mitad del curso se está trabajando en Geometría Euclidiana en el Plano)

### **¿POR QUÉ USAR UN LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE?**

- Porque un lenguaje de programación permite profundizar en los conceptos de Matemática Discreta y se adapta muy bien para divisibilidad

### **¿Por qué ISETL?**

- *La programación en ISETL es similar a la sintaxis del lenguaje matemático y el alumno podrá interpretar y comprender los resultados obtenidos*
- *Este programa tiene muchas funciones ya incorporadas, de las que abordaremos en el tema, lo cual facilitará el tratamiento del mismo.*
- *Es un programa de libre distribución.*

## **METODOLOGÍA y ORGANIZACIÓN:**

*Se trabajará en base a problemas. Los alumnos tendrán que resolverlos con lápiz y papel y con el programa ISETL. En muchos de los casos deberán sacar conclusiones y además comparar una forma de resolución con la otra, comentando la que les parece más apropiada y por qué.*

*Se organizará la unidad en una serie de actividades, cada una de las cuales nucleará un subtema .*

### **Las actividades son:**

- Actividad 1: división entera en N*
- Actividad 2: divisores de un número natural*
- Actividad 3: múltiplos de un número natural*
- Actividad 4: Máximo común divisor*
- Actividad 5: Mínimo común múltiplo*
- Actividad 6: Problemas para evaluación final.*

### **En cada actividad:**

- *Se presentará una serie de problemas vinculados con estos conceptos. Mediante cada uno de ellos se buscará un avance conceptual partiendo del anterior.*
- *Algunos serán para resolver en clase con el objetivo específico de evaluación diagnóstica e inicio al tema.*
- *Otros para presentar el programa, trabajar con él, analizar su lenguaje (problemas para iniciar conocimientos) y comenzar la revisión de los contenidos matemáticos.*
- *Otros para llevar como tarea domiciliaria, logrando así una continuidad en el trabajo por parte del alumno (fundamental en el proceso de enseñanza).*

- Otros serán tomados como evaluación dentro de esta etapa o actividad, por lo que se realizarán en clase.
- En cada uno se especificará la finalidad buscada.

### **Fundamentación de las actividades 1, 2 y 3:**

- Con los problemas de la actividad nº 1 se busca lograr que el alumno incorpore el concepto de división entera en el conjunto de los números naturales
- Con la actividad nº 2 se pretende que el alumno analice divisores de un número natural, vivencie las dificultades de la obtención de todos los divisores de un nº y presentarle el programa “divisores” en Isetl como una solución a este problema.
- Mediante esta forma de trabajo se busca interpretar las diferentes formas de presentación y escritura del lenguaje Isetl, atendiendo así a la conceptualización desde diferentes puntos de análisis.

### **Fundamentación de las actividades 4 y 5:**

Abordaremos el concepto de MCD y mcm desde diferentes puntos de análisis.

- Desde el significado de su nombre;
- Desde algoritmos para obtener el MCD y el mcm de dos números naturales;
- Como operación (ya que suele no reconocerse al MCD y al mcm como operaciones en  $N$  por parte de los alumnos y confundirse con una relación entre naturales), su analogía con la suma y la multiplicación en  $N$  para favorecer el análisis.
- Promoviendo el cálculo mental, a lápiz y con Isetl, según conveniencia;
- Las propiedades de esta operación;
- Sus diferencias con las relaciones en cuanto a definición y a propiedades
- Sus aplicaciones en contextos intramatemáticos y en contextos cotidianos.



## **EVALUACIÓN.**

*La evaluación involucra innumerables aspectos diferentes: hay consideraciones matemáticas, técnicas, éticas y sociales a tener en cuenta en el momento de evaluar. Es por estos motivos que:*

- *En cada Actividad habrán evaluaciones.*
- *La evaluación de cada alumno se tendrá que realizar en tres etapas: una inicial, una continua y una final.*
  1. *en la inicial o diagnóstica se buscará determinar cómo los alumnos llegan a los IFD, qué recuerdan de secundaria, qué algoritmizaciones traen y qué tanto pueden fundamentarlas: distancia entre mecanización y conceptualización.*
  2. *en la evaluación continua o de proceso, se tendrá en cuenta el grado de compromiso de los alumnos, si mantienen un trabajo constante entre clases y cómo van manifestando los conocimientos adquiridos.*
  3. *en la evaluación final se tendrá en cuenta si los conocimientos fueron adquiridos y si la metodología empleada fue la correcta.*
- *Se realizará finalmente una evaluación para conocer el nivel de progreso de los alumnos en relación a los objetivos propuestos, la adecuación del proceso enseñanza- aprendizaje, los materiales empleados y la modificación del diseño curricular si se comprueba que la efectividad no ha sido la adecuada.*

## ACTIVIDADES DE CLASE:

- **ACTIVIDAD Nº 1)**

Contenidos Matemáticos: *DIVISIÓN ENTERA*

Contenido de Isetl: *aplicación de las expresiones : div y mod.*

Problemas:

1) (Evaluación diagnóstica e inicio al tema)

Consigna: "Completa los siguientes esquemas de división:

<i>Dividendo</i>	<i>divisor</i>	<i>cociente</i>	<i>resto</i>
3648	25		
340		340	0
1	20		
31		15	
	6	0	0
83			17
63		4	

Extrae una conclusión luego de realizar la tarea"

2) (Inicio al trabajo con el programa Isetl)

Consigna: "Abre el programa Isetl y escribe para cada una de las divisiones que realizaste en el ejercicio anterior lo siguiente:

Ejemplo: 3648 div 25;

3648 mod 25;

(Ten en cuenta de poner primero el dividendo luego div o mod, el divisor y por último punto y coma)"

Extrae nuevamente una conclusión a partir de lo que te devuelve el programa e interpreta esas dos expresiones en Isetl

3) (tarea entre clases)

Consigna: " Ahora completa esta tabla que realizó una alumna:

<i>dividendo</i>	<i>divisor</i>	<i>Cociente</i>	<i>resto</i>
2520	1		
2520	2		
2520	3		
2520	4		
2520	5		
2520	6		
2520	7		
2520	8		
2520	9		
2520	10		

*La misma alumna contesta :” estoy convencida que la división 2520 por cualquier número natural da siempre resto....., pues ya lo he comprobado diez veces” ¿Qué piensas tú?.....”*

*4) (inicio de la clase siguiente retomando la tarea indicada)*

*Consigna: “Intentemos este mismo ejercicio en Isetl*

*Te proponemos este programa que, si le ingresas un número natural cualquiera x, te proporciona todos los números naturales “a” tales que si divides a ese x entre cada uno de los “a” el resto es cero.*

```
resto0:=func(x);
if is_nat(x) then
    return { a: a in [1..x] | x mod a = 0};
end;
end;
```

*¿Qué puedes concluir?..... Compáralo con la conclusión que había sacado la alumna.*

*¿Conoces otro nombre al que se le puede adjudicar este programa?.....*

- **ACTIVIDAD Nº 2)**

*Contenido matemático: Divisores de un número natural, números primos y compuestos.*

*Contenido del programa: función “divisores”, “is\_prime”, “filter”*

*Objetivos: A partir de la resolución de diferentes problemas construir el concepto de divisores de un número. Números primos y compuestos.*

Problemas:

1) (Trabajo en clase)

Consigna: “¿Cuándo un número es divisor de otro?.....

Escribe todos los divisores de cada uno de estos números: 9, 5, 12, 100, 20.

Te proponemos el mismo programa que tenías anteriormente, pero con otro nombre el cual tú conoces:

```
divisores :=func(x);  
  if is_nat(x) then  
    return [ a: a in [1..x] | x mod a =  
0];  
  end;  
end;
```

Busca los divisores de los números que quieras y extrae conclusiones acerca de los resultados.”

2) (trabajo en clase) Halla los divisores de: 5, 7, 13. ¿Cómo se llaman esos números?

Si nosotros queremos saber si un número cualquiera es primo o no se nos dificulta bastante, por eso nos ayudaremos del siguiente programa:

```
is_prime:=func(x);  
return is_nat(x) and #divisores(x)=2;  
end;
```

Pruébalo con algunos números y observa que es lo que contesta el programa. Interpretamos ese lenguaje desde el punto de vista matemático.

3) Tareas domiciliarias: 5, 6 y 7)

Consigna: "Un ejercicio para curiosos:

Halle los divisores de todos los números naturales del 2 al 15. Obtenga ahora los cuadrados de tales números y halle también sus divisores. Cuente el número de divisores obtenidos en todos los casos. ¿Qué observas? ¿Qué clase de números son los que tienen tres divisores?

Si quieres te puedes ayudar con Isetl"

4) Halle todas las parejas de números primos que sumados den 999.

5) Hallar una lista de diez enteros consecutivos que sean compuestos.

Hemos armado un programa en Isetl para ayudarte en el cual el programa filtrará los números que no necesites incorporando la función adecuada y la serie de números que necesites

```
filter:=func(p,l);
    if l=[] then
        return [ ];
    else
        if p(l(1)) then
            return [l(1)]
        +filter(p,l(2..#l));
        else
            return filter(p,l(2..#l));
        end;
    end;
end;
```

(En clase se retoma lo trabajado por los alumnos y se analiza el lenguaje de programación)

Consigna: "¿Qué significa cada símbolo en este lenguaje del programa? Vinculémoslo con los conocimientos matemáticos que tenemos incorporados."

6) Los números 11 y 13, que son primos, y se diferencian en dos unidades, se llaman primos gemelos. Escribe 5 pares de primos gemelos. ¿Cuántos primos gemelos hay entre 80 y 100?

- **ACTIVIDAD N° 3)**

Contenido matemático: Múltiplos  
Contenidos de Isetl.: función "múltiplos"

Problemas:

1) (tarea en clase: evaluación diagnóstica y del proceso anterior)  
Consigna: "Hasta el momento hemos trabajado con divisor de un número y dijimos que:

$$a \text{ es divisor de } b \Leftrightarrow b \bmod a = 0$$

$$b \text{ es múltiplo de } a \Leftrightarrow a \text{ es divisor de } b$$

Escribe todos los múltiplos de: 7, 23, 12 y 100

¿Con qué problema nos encontramos?

¿Cuántos múltiplos tenemos de un número?

Entonces si queremos crear un programa para que isetl nos de los múltiplos de un número tendremos que elegir hasta que número queremos

```
múltiplos:=func(x,y);  
  if is_nat(x) and is_nat(y) then  
    return [ a: a in [0..y] | a mod x =  
0];  
  end;  
end;
```

Donde la "x" significa los múltiplos de que número queremos y la "y" hasta dónde queremos llegar.

2) (tarea para la clase) Copia el programa en Isetl y busca los múltiplos de 7, 23, 12 y 100 menores que 50

#### • **ACTIVIDAD Nº 4)**

Contenido matemático: Máximo Común Divisor

Contenido de Isetl:- función matemática predeterminada que expresa el algoritmo del mcd

Problemas con sus objetivos y metodología:

1) Objetivo: Comenzar a analizar el concepto de máximo común divisor desde la etimología de su nombre:

"Para todo par de números naturales a y b,  
 $\text{mcd}(a,b) = \max(\text{divisores}(a) \cap \text{divisores}(b))$ " . Aplicar cálculo a lápiz e

Isetl.

Se espera que los alumnos apliquen la función “divisores” con la que ya trabajaron el Actividad 2.

Consigna: “Busca todos los divisores de 120 y de 100 de dos maneras distintas. Observa cuál es el mayor divisor común y qué relación tiene dicho número con los restantes divisores comunes a 120 y 100. Indica cómo lo resolviste”

Para que te ayude a buscar los divisores comunes a dos naturales te incorporamos estos programas:

Programa nº1-

```
comunes:=func(A,B);  
  if is_tuple(A) and is_tuple(B) then  
    return [x : x in A : x in B and x/=0];  
  end; end;
```

Programa nº 2-

```
div_comunes:=func(a,b);  
if is_number(a) and is_number(b) then  
  if b=0 then  
    return a;  
  else  
    return comunes(divisores(a),divisores(b));  
  end;  
end;  
end;
```

Programa nº 3-

```

MáxC:=func(A);
  if is_tuple(A) then
    return [x | x in A : forall y in A : max (x,y) = x]
  (1);
  end; end;

```

2) *Objetivos: Analizar la función matemática que expresa el algoritmo de mcd escribiéndola en lenguaje matemático, aplicando el programa Isetl con la implementación de la función definida y construir el algoritmo de Euclides a lápiz a partir de ella. Escribir una definición de mcd.*

*Consigna: “Aplicando esta función en Isetl:*

*Programa nº4-*

```

mcd:=func(x,y);
>>   if is_number(x) and is_number(y)
then
>>   if y = 0 then
>>     return x;
>>   else
>>     return mcd(y, x mod y);
>>   end;
>> end;
>> end:

```

*Completa la tabla:*

$(a,b)$	$mcd(a,b)$	Otros divisores comunes entre a y b
(120,100)		
(588,280)		
(360,84)		
(84,360)		
(11,1)		
(9,1)		
(8,6)		
(6,3)		
(0,4)		
(4,0)		

- a- *¿Qué observaste? ¿Tuviste alguna dificultad en algún caso?*  
b- *¿Cómo obtuviste los otros divisores comunes entre a y b?*



c- Analicemos el algoritmo de cálculo que realiza el programa y cómo llega a obtener el mcd de dos números. ¿Reconoces este algoritmo? “

d- Escribamos una definición de mcd a partir de lo que hemos analizado.”

3) *Objetivo:* Realizar una analogía con la operación “suma” en  $\mathbb{N}$  y analizar el MCD como otra operación en  $\mathbb{N}$ . Se usarán diagramas de Venn para visualizar dominio, codominio y pares ordenados con sus respectivas imágenes en ambas operaciones. Para la obtención de las imágenes se dejará librada a la decisión del alumno pero se indicarán algunos pares de naturales como para que realicen cálculo mental, otros para que reconozcan algunos MCD ya calculados y otros de algoritmo relativamente extenso como para que apliquen Isetl (una de las ventajas de la aplicación de este programa).

*Consigna:* “A partir de la tabla que completaste en el problema anterior analicemos la función mcd:

-¿cuál es su dominio y codominio?

-¿qué es cada imagen de cada par ordenado y cómo puedes obtenerla?

-Compara esta función con la suma y la multiplicación de naturales. ¿Es el mcd una operación en  $\mathbb{N}$ ? ¿Qué es una operación en  $\mathbb{N}$  entonces?

4) *Objetivo:* Que los alumnos usen esa analogía para determinar qué propiedades cumple la operación MCD (neutro, conmutativa, absorbente, se irán registrando en el diagrama de Venn los ejemplos que presenten y se escribirán las propiedades en lenguaje matemático y luego en lenguaje de Isetl

*Consigna:* “¿Te parece que se cumplen algunas propiedades de las que se verifican en la suma de naturales? ¿Cuáles? Enunciémoslas.

5) *Objetivo:* Que los alumnos diferencien una operación de una relación a partir de las relaciones: divisor en  $\mathbb{N}$  y la operación MCD.

*Consigna:* “¿Qué diferencias encuentras entre las relaciones analizadas y las operaciones?”

• **ACTIVIDAD N° 5:**

Contenido matemático: Mínimo común múltiplo

Contenido de Isetl: funciones para calcular mcm

Problemas con sus objetivos y metodología:

1) *Objetivo: comenzar a construir el concepto de mcm a partir del análisis de su nombre. Será trabajado en clase.*

*Consigna: “Escribe múltiplos de 8 y de 6 hasta encontrar varios comunes.*

*a- ¿Cuál te parece a ti que es el  $mcm(8,6)$ ? ¿Por qué?*

*b- ¿Qué relación hay entre dicho mcm y los demás múltiplos comunes?.*

*c- Construyamos juntos una definición de mcm para todo par de números naturales.*

1. Tarea domiciliaria.

Calcula el mcm de los siguientes pares de naturales:

$(a,b)$	$mcm(a,b)$	Otros múltiplos comunes entre a y b.
$(120,10)$		
$(588,280)$		
$(360,84)$		
$(84,360)$		
$(11,1)$		
$(9,1)$		
$(8,6)$		
$(6,3)$		
$(0,4)$		
$(4,0)$		

**a)** *¿Cómo los calculaste y por qué lo hiciste así?*

**b)** *Realiza una interpretación usando diagramas de Venn, similar a la que*

*hicimos para MCD y concluye si el mcm es relación u operación en  $N$  y qué propiedades cumple. Enúncialas.*

**c)** *Investiga si esta igualdad es verdadera y deduce cómo aplicarla para calcular el mcm de dos números:*

$$MCD(a,b) \times mcm(a,b) = a \times b.$$

2) *Retomando trabajo indicado como tarea se presentarán dos funciones para calcular el mcm a ser analizadas por los alumnos:*

Consigna: “Comentemos cómo resolvieron la tarea indicada y analicemos estos dos programas para calcular el mcm. Para aplicar el primer programa es necesario tener en cuenta que  $a$  y  $b$  son los números a los que yo quiero encontrar el mcm y  $c$  es la cota que nos debemos tomar ya que, como hemos visto, no podemos trabajar con un conjunto infinito

Programa nº 1-

```

mult_comunes:=func(a,b,c);
  if is_number(a) and is_number(b) and
is_number(c) then
    if b=0 then
      return 0;
    else
      return comunes(múltiplos(a,c),múltiplos(b,c));
    end;
  end;
end;

```

Programa nº 2-

```

minC:=func(A);
  if is_tuple(A) then
    return [x | x in A : forall y in A : max (x,y) = y](1);
  end; end;

```

Programa nº 3-

```

mcm:=func(x,y);
  if is_number(x) and is_number(y) then
    if y=0 then
      return
    else
      return (x*y)/mcd(y,x mod y);
    end;
  end;
end;

```

*Interpretemos el significado de este lenguaje. ¿Qué diferencia hay entre un programa y el otro?*

- **ACTIVIDAD Nº 6:**

*Objetivo: Evaluar sobre todos los contenidos del tema tanto conceptos matemáticos como la utilización efectiva del programa Isetl por parte de los alumnos.*

*Metodología: Se trabajará en un módulo , en la sala de informática y en grupos de dos alumnos.*

*Consigna:“ Resuelvan los siguientes problemas :*

- 1) Un productor vende solo papas, otro solo zapallitos y otro solo melones. Cada bolsa de papas es pagada a \$120, cada bolsa de zapallitos: \$60 y cada plancha de melones: \$100. Si se sabe que a los tres se les pagó la misma cantidad de dinero; ¿Cuántas unidades de cada producto vendió cada uno? ¿Es la única posibilidad?*
- 2) Los soldados de un cuartel no pasan de 500 y pueden formarse en grupos de 16, 20 y 25 sin que sobre ni falte ninguno. ¿Cuántos soldados son?*
- 3) Un señor tiene que ir a Brasil cada 36 semanas por razones de trabajo y su esposa cada 120 semanas. Esta semana les toca viajar juntos. ¿Cuándo volverán ha hacerlo?*
- 3) Hay 120 libros y 36 útiles para repartir dando la misma cantidad de libros y de útiles a determinada cantidad de niños. ¿Cuántos pueden ser los beneficiarios?*
- 4) Halla el mayor número que divide a 247, 367 y 427, dejando en todos los casos 7 de resto.*
- 5) Busca dos números naturales tales que su MCD sea 72 y su mcm sea 720. ¿Son los únicos? Explica tu razonamiento.*

## **BIBLIOGRAFÍA:**

- *“Cuadernos de estudio” del Programa para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Matemática en ANEP. Artículos de la Dra: María del Carmen Chamorro (Dpto. de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid, España): “¿Qué Didáctica de las Matemáticas necesita la sociedad del Siglo XXI?” y el artículo del Dr. Omar Gil (Instituto de Matemática y Estadística “Prof. Ing. Rafael Laguardia” Facultad de Ingeniería, Uruguay) “Algunas reflexiones motivadas por la lectura del artículo anterior”.*
- *“Matemática Discreta Usando Isetl” : materiales del curso dictado por la profesora Sylvia da Rosa.*
- *“Guías de Álgebra I” de D. Siberio. (Cursos del IPA)*
- *“Matemáticas generales para maestros” de Carlos Maza.*
- *“La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado” de Yves Chevallard.*
- *“Fases en la reforma de un elemento de enseñanza”: artículo de Michel Artigue.*
- *“A systems approach to educational testing”. Artículo relacionado con el tema: Evaluación (de Trederiksen y Collins 1989).*