

Matemática y Programación

Informe:

Dupla: Darwin Leguisamo (matemática), Marcelo Rebellato (POITE)

Institución: Liceo Departamental “Tomás Berreta” /Canelones.

Grupo: 5DC.

Tema: Teorema de la raíz racional.

Carga Horaria: 4 horas de 45 minutos divididas en dos módulos.

La secuencia didáctica se planificó para desarrollarse en dos módulos, las actividades previstas se dividieron en dos etapas, una en cada módulo.

Etapa 1:

Presentes el profesor del curso, el POITE y el profesor adjunto.

Actividad 1: Se dispone a los alumnos en grupos de 3 o 4 integrantes, las computadoras disponibles así lo permiten. La actividad consiste en determinar los divisores naturales de 8, 12 y 120, se les pide que describan un procedimiento que les permita encontrar los divisores de cualquier natural, el objetivo es que puedan establecer un algoritmo, se les aclara que el procedimiento debe estar detallado paso a paso para facilitar su pasaje a lenguaje Python.

En general los grupos se orientan a ir probando con los naturales a partir de 2, les resulta evidente que ya cuentan con dos divisores, 1 y n, se encuentran matices en el rango utilizado: algunos grupos deciden recorrer desde 2 hasta n; en otros surge la discusión de si es necesario recorrer hasta n, y proponen recorrer hasta $n/2$; y en otros casos investigan en internet, alentados por los docentes, y determinan que basta con recorrer desde 2 hasta un natural menor o igual a \sqrt{n} . Además de los procedimientos anteriores, un grupo intenta establecer un algoritmo utilizando criterios de divisibilidad, pero luego desisten ya que observan que es difícil de generalizar y que presenta muchas variantes.

Comentarios de la Actividad: En general los alumnos responden de buena manera a la actividad, nos resulta grata la discusión que se genera buscando la mayor eficiencia del procedimiento y tomamos la discusión, no esperada, para

incentivar la investigación por parte de los estudiantes haciendo uso de los medios disponibles. La solución que propone recorrer hasta \sqrt{n} abre la posibilidad de abordar el teorema involucrado y es tomado por el profesor adjunto, quien es el docente de curso de MAT II, y lo deja planteado como actividad para retomar en su curso.

Actividad 2: En esta actividad se les propone utilizar el procedimiento anterior para determinar la lista de divisores de algunos naturales, entre ellos 35000, la idea es que vean las limitantes de aplicar este procedimiento “a mano”.

Los alumnos aplican el algoritmo a algunos de los números propuestos, pero se niegan a abordar el caso de 35000, reconocen que el procedimiento funciona pero entienden que aplicarlo utilizando lápiz y papel es excesivamente tedioso. A continuación se les propone generar un programa Python que les permita aplicar el procedimiento creado. En esta etapa los grupos demandan una alta atención, el hecho de que haya tres docentes en el aula es una ventaja importante, se atienden las dudas grupo a grupo y se exponen en el pizarrón algunos conceptos que les permiten avanzar en la creación del programa. En la puesta en común, se reflexiona respecto a las ventajas de tener herramientas que nos permitan aplicar estos procedimientos, pero hacemos énfasis en que lo importante es conocer los conceptos y ser capaces de generalizarlos, no sería posible crear estos programas si no tenemos claro los aspectos matemáticos involucrados.

Exponemos a continuación algunas de las soluciones propuestas:

```
1  d=input('ingrese el numero', ) 1  n= input('ingrese n: ')
2  l=[1,d] 2  lista=[1,n]
3  for i in range(2,d-1): 3  for i in range(2,n/2+1):
4      if d%i==0: 4      if n % i ==0:
5          l=l+[i] 5          lista=lista+[i]
6  print l 6  print lista
```

Comentarios de la Actividad: Se desarrolló con activo trabajo de los grupos, que los tres docentes presentes tuvieran conocimiento de programación fue un facilitador del trabajo. Queda manifiesto en la actividad el potencial que aporta la programación y cómo se complementa con la actividad propuesta. Los alumnos en general responden favorablemente a la idea de crear sus propios programas y se sienten interesados al ver que pueden crear un programa basado en lo que razonaron.

Etapa 2:

Presentes el profesor del curso y el profesor adjunto.

Actividad 1: Para comenzar la actividad se retoma el teorema de la raíz entera visto la clase anterior, se recuerda el enunciado y se plantea utilizar los programas creados para determinar las posibles raíces enteras de una serie de polinomios entre los que se incluyen $p(x) = x^3 + 2x^2 - 841x - 1682$ y $p(x) = x^3 + 119x^2 + 2383x - 15015$.

Al trabajar con los primeros polinomios tomados del práctico no surgen problemas, los estudiantes van comparando los resultados obtenidos con las soluciones ya vistas en clase. Los primeros problemas surgen cuando en la lista de posibles raíces aparecen enteros negativos. En este caso se trabaja en el pizarrón analizando las limitantes de los programas creados, y surgen dos dificultades: la primera es que la lista de divisores solamente contempla a los naturales y es necesario que sean incluidos los divisores enteros del término independiente; por otro lado los programas creados admiten como única posibilidad de entrada a un valor natural. Estas dificultades son trabajadas grupo a grupo y en algunos casos son los mismos estudiantes los que encuentran posibles soluciones a los problemas basándose en datos que obtienen de internet. Una vez superados estos obstáculos trabajamos con los dos polinomios mencionados anteriormente, con términos independientes -1682 y -15015, en estos casos los programas modificados despliegan las listas de divisores, pero buscar efectivamente cuál es la raíz vuelve a ser una dificultad. Es así que se da paso a la siguiente actividad.

Comentarios de la Actividad: En la actividad se presentan los problemas esperados, y resulta interesante el análisis que realizan los estudiantes detectando rápidamente los problemas. En este punto se aprovecha para introducir algunas otras utilidades de Python que ayudan a solucionar los problemas y se hace énfasis en determinar claramente cuáles son los datos de entrada y qué esperamos devuelva el programa.

Actividad 2: Utilizando los programas que ya tenemos, se propone a los estudiantes partir de esa base y crear un programa que genere la lista de posibles raíces, las evalúe e imprima efectivamente la lista de raíces enteras.

Introducimos el concepto de función, y se observa que el procedimiento creado puede ser usado dentro del nuevo programa como una función, se trabaja grupo a grupo y se les pide que definan los valores de entrada para el programa y que generen el procedimiento que consideran debe seguir para encontrar las raíces enteras. El trabajo de implementación es guiado, también se produce un buen intercambio entre los grupos que ayuda a concretar los respectivos programas, a continuación mostramos algunas de las soluciones propuestas.

```

def divisores(n):
    lista=[-n,n]
    for i in range (-n/2-1,n/2+1):
        if n % i == 0:
            lista=lista+[i]
    return lista
a=input('ingrese a: ')
b=input('ingrese b: ')
c=input('ingrese c: ')
d=input('ingrese d: ')
r=[]
for x in divisores(abs(d)):
    if a*x**3+b*x**2+c*x+d==0:
        r=r+[i]
print r

def divisores(n):
    lista=[1,n]
    for i in range(2,n/2+1):
        if n % i ==0:
            lista=lista+[i]
    lista=lista+[x for x in lista]
    return lista
print 'a*x**3+b*x**2+c*x+d'
a=input ('ingrese a: ')
b=input ('ingrese b: ')
c=input ('ingrese c: ')
d=input ('ingrese d: ')
r=[]
for x in divisores(abs(d)):
    if a*x**3+b*x**2+c*x+d==0:
        r=r+[x]
print r

def Divisores(d):
    l=[1,d]
    for i in range(2,d-1):
        if d%i==0:
            l=l+[i]
    l=l+[ -i for i in l]
    return l
a= input('ingrese a: ')
b= input('ingrese b: ')
c= input('ingrese c: ')
d= input('ingrese d: ')
raices=[]
for i in Divisores(abs(d)):
    if a*i**3+b*i**2+c*i+d==0:
        raices=raices+[i]
print raices

def divisores(n):
    lista=[1,n]
    for i in range(2,n/2+1):
        if n % i ==0:
            lista=lista+[i]
    lista=lista+[ -i for i in lista]
    return lista
a=input("ingrese a:")
b=input("ingrese b:")
c=input("ingrese c:")
d=input("ingrese d:")
lista=[1,d]
for i in range(2,abs(d)):
    if d%i==0:
        lista=lista+[i]
    lista=lista+[ -x for x in lista]
raices=[]
for i in lista:
    if a*i**3+b*i**2+c*i+d==0:
        raices=raices+[i]
print raices

```

Comentarios de la Actividad: Se presentaron algunas dificultades al comenzar con la **etapa 2**, el número de computadores disponibles fue menor, y eso hizo que los grupos ya no se conformaran de la misma manera. Por otra parte varios alumnos faltaron ese día, y por ese motivo no tenemos registro de lo trabajado por dos de los grupos que estuvieron durante la **etapa 1**. Cabe mencionar además que dos estudiantes manifestaron el desacuerdo con la forma de trabajo que veníamos implementando y que “no tienen interés alguno en programar”, se toman estos comentarios para hablar con toda la clase y dejar claro que no es el principal objetivo programar, sino que estamos utilizando la programación como una forma diferente de abordar conceptos matemáticos, y enumeramos los conceptos del curso que hemos venido trabajando con las actividades propuestas. El resto de la

actividad se desarrolla con normalidad y los alumnos se muestran interesados en lograr crear el programa pedido.

Reflexión final:

Tener la posibilidad de trabajar en forma conjunta con otro colega nos permite complementar nuestra praxis, ambos nos hemos visto enriquecidos con el trabajo colaborativo que llevamos adelante y hemos logrado complementarnos para alcanzar los objetivos planteados. Desde el punto de vista de la enseñanza de la matemática, la programación aporta un elemento de reflexión muy importante, nos exige y les exige a los alumnos entender cada paso para lograr generalizarlo por medio de un programa, amerita comprensión de los procesos y nos interpela con los resultados: analizar los errores; plantearnos casos de prueba; entender los procesos, son elementos que enriquecen el aprendizaje. Por otro lado la informática ve revalorizado su rol dentro de la educación, y toma un nuevo y relevante papel como potenciador y motivador de nuevos procesos de aprendizaje. Son nuevas experiencias que sumamos y nos abren puertas para transitar y experimentar por caminos nuevos en los procesos de enseñanza y aprendizaje.