

Objetivo general:

- ✓ Experimentar el uso del programa ISETL como una herramienta para el estudio de la matemática en cursos de secundaria.

Objetivos específicos:

- ✓ Aplicar el programa ISETL al tema divisibilidad, analizando funciones particulares dentro de este tema, y aplicando conceptos de conjuntos, para reforzar éstos conocimientos en alumnos de los cursos de 4º y 5º de secundaria.
- ✓ Repasar conceptos básicos del tema divisibilidad.
- ✓ Observar las distintas reacciones de los estudiantes, y extraer conclusiones sobre la validez de una propuesta innovadora de actualización de la enseñanza de la matemática, que revaloriza el trabajo con matemática discreta.

Temas:

- ✓ Divisibilidad
- ✓ Funciones
- ✓ Conjuntos

Sub-temas:

- ✓ División entera - división exacta
- ✓ Divisores - múltiplos (conjuntos)
- ✓ Números primos - números compuestos
- ✓ M.C.D. - m. c. m
- ✓ Noción de función (dominio - codominio)
- ✓ Representación por extensión y comprensión de conjuntos
- ✓ Operaciones entre conjuntos

Fundamentación:

¿Por qué decidimos trabajar este tema?

Decidimos trabajar el tema divisibilidad, por ser un tema interesante dentro de la matemática discreta, y que se puede aplicar a ambos cursos. Lo abordamos desde el punto de vista de las funciones para reforzar los conocimientos que se estaban trabajando, o ya se habían trabajado, en dichos cursos. Además consideramos importante ampliar el trabajo con matemática discreta en los cursos de secundaria.

¿Por qué trabajamos con alumnos de 4º y 5º?

Primeramente porque son los grupos con los que estamos trabajando, y porque los temas conjuntos y funciones son comunes a ambos programas, o son prerrequisitos a las unidades a trabajar.

¿Por qué se dictó sólo una clase de las dos planificadas?

Profesoras: Ivana Nieves - Claudia Giúdice

Decidimos dictar una sola clase, de las dos planificadas, porque los tiempos no eran suficientes (debido a vacaciones de julio), y a que el acceso a la sala de informática estaba condicionado por horarios de la institución (UTU Sauce).

Conocimientos previos (prerrequisitos):

Matemáticos:

- ✓ Conceptos básicos de divisibilidad
- ✓ Noción de función
- ✓ Noción de conjunto

Otros:

- ✓ Manejo del teclado (escritura básica, uso de la máquina)
- ✓ Conocimientos mínimos de ingles

Metodología:

Desde el Docente:

- ✓ Trabajo en pareja docente
- ✓ Dictado de dos clases

Desde el Alumno:

- ✓ Trabajo en subgrupos (2 o 3 integrantes)

Secuencia de trabajo:**Clase 1**

- ✓ Ficha 1 - Repaso de conceptos básicos a aplicar. Lectura en conjunto y trabajo con ejemplos en el pizarrón.
- ✓ Ficha 2 - Simbología de ISETL. Lectura en conjunto de los símbolos: genéricos, directivas y específicos de divisibilidad.
- ✓ Trabajo en ISETL por parte de los alumnos (ejercicio 1).
- ✓ Ficha 2 - Simbología de ISETL. Lectura en conjunto de los símbolos: conjuntos, conjuntos numéricos.
- ✓ Trabajo en ISETL por parte de los alumnos (ejercicio 2).
- ✓ Ficha 2 - Simbología de ISETL. Lectura en conjunto de los símbolos: funciones.
- ✓ Trabajo en ISETL por parte de los alumnos (ejemplo de la función doble).
- ✓ Trabajo matemático por parte de los alumnos, en el armado de las funciones: "primos" y "divisores", análisis del dominio y codominio de cada una de ellas.
- ✓ Análisis y discusión en el pizarrón de lo trabajado por los alumnos.
- ✓ Evaluación de las funciones en ISETL.
- ✓ Ficha 3 - Ejercitación.

Clase 2

Profesoras: Ivana Nieves - Claudia Giúdice

- ✓ Ficha 4 - Repaso de conceptos básicos a aplicar. Lectura en conjunto y trabajo con ejemplos en el pizarrón.
- ✓ Ficha 5 - Parte 1: Trabajo con la función “criterios de divisibilidad” (crit_div).
- ✓ Ficha 5 - Parte 2: Algo interesante... Cambios de bases.

Recursos:

- ✓ Sala de informática.
- ✓ Programa ISETL.
- ✓ Fotocopias (material de clase)

Bibliografía:

- ✓ Manual de ISETL.
- ✓ “Introducción al análisis matemático” Luis Osin (Capítulo divisibilidad)

ANEXOS:

FICHA 1- Conceptos Teóricos

Division entera:

Dados a y b números enteros, existen y son únicos q y r tales que:

$$\begin{array}{rcl} a & b & \\ r & q & \end{array} \quad \begin{array}{l} a(\text{dividendo}) \\ b(\text{divisor}) \\ q(\text{cociente}) \\ r(\text{resto}) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a = b \cdot q + r \\ b = 0 \\ r < b \end{array}$$

Cuando $r = 0$ decimos que la división es **exacta**.

Ejemplos y aplicaciones:

$$\begin{array}{r} \text{.....} \quad 7 \quad \quad \quad 42 \quad \text{.....} \\ 1 \quad \quad 4 \quad \quad \quad 2 \quad 10 \end{array}$$

Múltiplos y divisores:

Cuando la division es exacta, o sea:

$$\begin{array}{r} a \quad b \\ 0 \quad q \end{array}$$

Decimos que:

a es **múltiplo** de b ($a = b$)
 b es **divisor** de a (b / a)
 a es **divisible** entre b

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 65 \quad 5 \\ 0 \quad 13 \end{array}$$

65 es múltiplo de 5

Profesoras: Ivana Nieves - Claudia Giúdice

5 es divisor de 65

Conjunto de divisores y múltiplos:

Los **divisores** de un número determinan un **conjunto finito**.
 Los **múltiplos** de un número determinan un **conjunto infinito**.
 Los números que sólo tienen 2 divisores se llaman **números primos**.
 Ejemplo: 7,13,19
 Los que tienen más de dos divisores se definen como **compuestos**.
 Ejemplo: 15,4,25

Maximo Común Divisor de dos o más números(MCD): es el mayor de los divisores comunes a dichos números.
 Ejemplo: $MCD(12,21)=3$

Mínimo Común Múltiplo de dos o mas números(mcm): Es el menor de los múltiplos comunes a dichos números.
 Ejemplo: $mcm(10,3)=30$

FICHA 2- SIMBOLOGÍA

SIMBOLOS GENÉRICOS

:=	se define como
{ }	conjunto vacío
{1,2,3}	el conjunto de los elementos 1, 2 y 3
{true,false}	conjunto Bool
+	adición (suma de números)
*	multiplicación (de números)
OM	objeto indefinido
not	negación
or	o
in	en
and	y
: o 	Tal que

DIRECTIVAS

! incluye	incluye archivos
! clear	limpia errores

SIMBOLOGÍA ESPECÍFICA DE DIVISIBILIDAD

div (a div b: cociente de la división entera entre a y b)
mod (a mod b: resto de la división entera entre a y b)

Profesoras: Ivana Nieves - Claudia Giúdice

min (min(a,b): menor de los enteros a y b)

max (max(a,b): mayor de los enteros a y b)

maxC (maxC(A): mayor elemento del conjunto A, no es predefinido)

CONJUNTOS

Notación: los conjuntos en Isetl tienen que ser finitos, y se pueden escribir por extensión o comprensión.

Extensión. Ej: **Mat.** $A = \{1,2,3,4,5\}$ **Isetl** $A = \{1..5\}$ (..consecutivos)

Comprensión. Ej: **Mat.** $B = \{x/x \in \mathbb{N} / x < 50 \quad x=2\}$ **Isetl** $B = \{x:x \text{ in } \{1..50\} \mid x \bmod 2=0\}$

Genéricamente un conjunto por comprensión se expresa:

{expresión : especificador del dominio| condición}

Operaciones predefinidas para conjuntos:

A unión B	(A+B) Unión
A inter B	(A*B) Intersección
A-B	Diferencia
A subset B	Es verdadero (true) si A es subconjunto de B, falso si no (false)
x in A	Es verdadero (true) si x es elemento de A, falso si no (false)
# A	Cardinal de A
pow(A)	Conjunto de subconjuntos de A.

CONJUNTOS NUMÉRICOS (funciones predefinidas)

is_number(x)	es verdadero (true) si x es un número, es falso (false) si no.
is_set(A)	es verdadero (true) si A es un conjunto, falso (false) si no.
is_integer(x)	es verdadero (true) si x es un n ^o entero, es falso (false) si no.
is_nat(x)	es verdadero (true) si x es un n ^o natural, es falso (false) si no.

FUNCIONES

La manera de definir funciones en Isetl es incompleta por lo tanto nosotros debemos de explicitar el dominio y el co-dominio de la función, usando las funciones predefinidas, por ejemplo:

Sintaxis general de la definición de función:

**Nombre:=func (lista de argumentos);
descripción del algoritmo (dominio);
return expresión(codominio);
end;**

Profesoras: Ivana Nieves - Claudia Giúdice

Ejemplo: **Definición** de una función llamada “doble”

```
>  doble:=func(x);
>>  if is_number(x) then
>>  return 2*x;
>>  end;
>>  end;
```

Ejemplo de **aplicación** de la función doble:

```
>  doble(5);
10;
>  doble(350);
700;
>  doble(-5.5);
-11.000;
>
```

FICHA 3-EJERCITACIÓN

1- Evalúa en Isetl las siguientes expresiones, completa:

20 mod 15;

20 div 15;

.....
x mod 15;

.....
x div 15;

.....
35 mod y;

.....
35 div y;

.....

.....

Saca tus conclusiones

.....
.....
.....
.....

2- Evalúa en ISETL las siguientes expresiones, completa:

even(7);

odd(7);

Profesoras: Ivana Nieves - Claudia Giúdice

..... even(4); odd(4);
..... even; odd;
.....

¿Qué funciones predefinidas son even y odd?

.....

.....

3- Evalúa en ISETL las funciones anteriormente definidas: divisores/primos, completa:

divisores(15);	primo(15);
..... divisores(7); primo(7);
..... divisores(x); primo(x);
..... divisores; primo;
.....

¿Cuál es el dominio y el co-dominio de cada una de las funciones?

.....

.....

.....

.....

A partir de tu respuesta completa, usando el siguiente formato $f : A \rightarrow B$

divisores	primo:
-----------	--------

4- La siguiente es la sintaxis de una de las definiciones de la función máximo común divisor (MCD):

```
MCD:=func(x,y);
  if is_integer(x) and is_integer(y) then
    return maxC(divisores(x)*divisores(y));
  end;
end;
end;
```

Evaluar MCD en ISETL (tomando pares de números enteros):

.....

.....

.....

.....

.....

¿Cuál es el dominio y el co-dominio de la función MCD:

.....

.....

.....

.....

.....

Completa: **MCD**:

$$f : A \rightarrow B$$

FICHA 4

Criterios de divisibilidad (más utilizados)

Sea **n** es un número entero escrito en base diez, entonces **n** es divisible por:

- **2** si su última cifra es par.
- **3** si la suma de todas sus cifras es divisible por 3.
- **4** si sus dos últimas cifras son divisibles por 4.
- **5** si el número termina en 0 ó 5.
- **6** si el número es divisible por 2 y por 3.
- **9** si la suma de todas sus cifras, es divisible por 9.
- **10** si termina en 0.

En forma genérica: Un número es divisible entre n, si la división entera por n es exacta, o sea que el resto de la división entera de un número por n es cero.

Algo de historia... distintas bases de numeración

Nuestro sistema de numeración, que es decimal porque tiene 10 dígitos, no es ni el único ni el mejor.

Los sistemas de recuento más primitivos se basaban en el 5, el 10 o el 20, que están relacionados con los cinco dedos que el humano tiene en cada mano, o los 10 dedos de ambas manos, o los 20 si se toman manos y pies, cosa que ya describía Aristóteles.

Con frecuencia los nombres primitivos de los números eran idénticos a los de partes del cuerpo, como dedos de las manos y de los pies, u otras. Aún hoy, cuando hablamos de los dígitos refiriéndonos a los números de 0 a 9, estamos dando testimonio de este hecho, pues dígito deriva del latín "digitus", dedo.

Extremadamente raros fueron los sistemas de numeración de bases 6 a 9. Según parece, una vez que se vio la necesidad de dar nombre a los números mayores que cinco, se paso de una mano a otra, y se adopto el sistema de base 10.

Los antiguos chinos usaron ya la base 10, lo mismo que los egipcios, griegos y romanos. Una de las curiosidades de la antigua matemática fue el sistema sexagesimal (base 60), que los babilonios adoptaron de los sumerios, y con el cual alcanzaron adelantos muy notables.(Nuestras formas actuales de expresar tiempos y ángulos son reliquias del sistema babilonio). Hoy, el sistema de base 10 es casi universal en todo el mundo, incluso en tribus primitivas.

Superado el 5, muy pocos sistemas de numeración han tenido por base números primos.

El ejemplo Maya es tal vez el mas sobresaliente. Por valerse ya del cero y del principio de notación posicional (las cifras tienen distinto valor según el lugar que ocupan) fue uno de los mas perfectos de los antiguos sistemas de numeración, muy superior, desde luego, al sistema romano.

Si bien las computadoras y las calculadoras electrónicas pueden resolver increíbles problemas matemáticos, no trabajan directamente en nuestro sistema decimal. Ellos trabajan con señales eléctricas: por un determinado circuito pasa corriente o no (abierto o cerrado); un tubo electrónico puede estar encendido o apagado; un determinado material se puede magnetizar en un sentido o en su opuesto, etc. Es por esta razón que el sistema de numeración binario (numeración en base dos) es el utilizado por las computadoras.

FICHA 5

Parte 1: Función criterios de divisibilidad.

A partir de las funciones particulares: crit_div5 y crit_div3, armar la función crit_div en forma genérica. Analizando matemáticamente dominio y codominio.

Criterio de divisibilidad por 5:

```
> crit_div5:=func(x);
>> if is_integer(x) and x mod 5=0 then
>> return {true};
>> else
```

Profesoras: Ivana Nieves - Claudia Giúdice

```
>> return {false};  
>> end;  
>> end;
```

Criterio de divisibilidad por 3:

```
> crit_div3:=func(x);  
>> if is_integer(x) and x mod 3=0 then  
>> return {true};  
>> else  
>> return {false};  
>> end;  
>> end;
```

Parte 2: Algo interesante... Cambios de bases

Deducir a partir de la función genérica: cambio_base, el método matemático que se utiliza para cambiar un número de base 10 a base 2.

```
cambio_base:=func(m,n);  
    if is_integer(m) and is_integer(n) and n < 10 then  
        if (m div n) = 0 then return [m mod n];  
        else return cambio_base(m div n, n) + [m mod n];  
    end;  
    end;  
    end;
```

CONCLUSIONES

Concluimos que nuestros objetivos se cumplieron en su totalidad, los conceptos matemáticos trabajados se pudieron evaluar y reforzar por medio del uso del programa ISETL. Los alumnos mostraron gran disposición e interés en el uso de esta novedosa herramienta, nos manifestaron explícitamente que el trabajo realizado les sirvió para aclarar y solidificar los conceptos manejados anteriormente en los distintos cursos (ver objetivos).

Nos sorprendimos de la rápida asimilación y manejo del programa por parte de los estudiantes, y de la facilidad con que armaron las funciones de los ejercicios propuestos en Isetl (previo análisis matemático).

También nos dimos cuenta de que la clase dictada (clase 1) fue demasiado extensa, se podría haber subdividido en dos clases distintas; el cansancio se vio reflejado en los estudiantes, y en nosotras, pero igualmente la motivación y el entusiasmo con el programa se mantuvo hasta el final del trabajo.

Proyectándonos un poco nos damos cuenta de que este tipo de trabajo sería muy productivo en las aulas, ya que facilitaría gran parte del trabajo matemático, siempre y cuando se pudiera contar con los recursos necesarios para su aplicación.

Profesoras: Ivana Nieves - Claudia Giúdice

COMENTARIO: Isetl es de libre distribución (gratis) y que se necesita un PC común con windows para ejecutarlo.