

CALCULO DE PROPOSICIONES UTILIZANDO CONJUNTOS Y FUNCIONES.

La presente planificación está destinada para alumnos de primer ciclo de secundaria (2º o 3º año).

La idea es trabajar conjuntos y funciones, afirmando los conceptos de función, imagen y dominio (cuya dificultad se hace presente en esta etapa del estudiante) mediante el lenguaje ISETL, haciendo una introducción al cálculo proposicional.

Unidad I. Conjuntos

- MATEMATICA. Conjuntos definidos por comprensión y por extensión.

El objetivo es trabajar conjuntos, un tema que se ha dejado un tanto de lado en los últimos tiempos en Secundaria. Por otra parte, los conjuntos son objetos fundamentales para el tratamiento del tema funciones por lo que deberían estar profundamente afirmados.

Ejercicios

Los siguientes ejercicios tienen como intención, afirmar la característica o propiedad de los elementos de un conjunto, trabajándolos en los dos sentidos, dando la propiedad de los elementos y también buscando la propiedad que los une. Asimismo se hace notar la importancia de tener en cuenta la naturaleza de los elementos de un conjunto al momento de trabajar con funciones.

- 1) A es el conjunto de los números naturales menores que 8.
B es el conjunto de los números enteros mayores que -4 y menores o iguales que 2.
Se pide: -escribirlos por comprensión en lenguaje simbólico matemático.
-escribirlos por extensión

- 2) Escribir por extensión los siguientes conjuntos:

$$C = \{x \in \mathbb{N} / x < 5\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} / x \leq 7\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{Z} / -3 < x \leq 4\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{N} / x = 2n, n \in \mathbb{C}\}$$

$$G = \{x \in \mathbb{Z} / x = 3y - 1, y \in E\}$$

- 3) Escribir por comprensión los siguientes conjuntos:

$$H = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$I = \{-4, -3, -2, -1\}$$

$$J = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$

$$K = \{3, 6, 9, 12, 15\}$$

$$L = \{4, 7, 10, 13, 16\}$$

- ISETL. Definir los conjuntos por comprensión y evaluarlos.

Se incluirá un archivo con las definiciones de los naturales y los enteros de la siguiente forma;

$N := [0..1000]$ y $Z := [-1000..1000]$

Escribir los conjuntos del 3) por comprensión en ISETL y evaluarlos para verificar.

```
> N:=[0..1000];
> Z:=[-1000..1000];
> Zmenos:=[-1000..-1];
> H:={x:x in N|x<=6};
> J:={2*x:x in [0..6]};
> I:={x:x in Zmenos|x>=-4};
> K:={3*x:x in [1..5]};
> L:={3*x+1:x in [1..5]};
> H;
{5, 6, 4, 1, 0, 3, 2};
> I;
{-2, -1, -3, -4};
> K;
{3, 6, 9, 12, 15};
> L;
{7, 4, 10, 13, 16};

> J;
{0, 2, 6, 4, 12, 10, 8};
>
```

- MATEMATICA. Operaciones con conjuntos.

Ejercicios.

4) Realizar manualmente las siguientes operaciones:

$H \cup I$
 $H \cap J$
 $H \cap I$
 $H - J$
 $J - H$
 $K - H$
 $I - H$
 $(J \cap K) \cap H$
 $(H - J) \cap K$

- ISETL. Operaciones con conjuntos.

7) Realizar las operaciones del 6) en ISETL y evaluar para verificar el cálculo manual.

```

> H union I;
{6, 5, 4, 1, 3, 2, 0, -1, -2, -3, -4};
> H inter J;
{0, 2, 4, 6};
> H inter I;
{};
> H-J;
{5, 1, 3};
> J-H;
{12, 10, 8};
> K-H;
{15, 12, 9};
> I-H;
{-2, -1, -4, -3};
> (J inter K) inter H;
{6};

> (H-J)inter K;
{3};

```

Unidad II. Funciones.

En esta parte se trata de que los alumnos elaboren la fórmula de las funciones, concepto que servirá para implementarlas en el programa, obteniendo así la idea de qué devuelve la función, concepto que muchas veces no queda claro.

• MATEMATICA

Ejercicios

- 1) a) Hallar la fórmula de una función llamada “doble”, que multiplica por dos a un número
b) Sabiendo que el dominio de la función “doble” es el conjunto $A=\{-3, 0, 1, 4\}$, calcular sus imágenes.
- 2) Realizar lo mismo que en el ejercicio 1) con las funciones “triple” (calcula el triple de un número), “domacin” (el doble de un número más cinco) y “cuad” (el cuadrado de un número)

• ISETL

Ejercicios.

- 3) Implementar el ejercicio 1) en ISETL y verificar los resultados obtenidos manualmente.

```

> doble:=func(x);
>> return 2*x;
>> end;
> doble(-3);
-6;
> doble(0);
0;
> doble(1);
2;

```

```
> doble(4);  
8;
```

4) Implementar en ISETL las funciones del 2) y verificar el cálculo de las imágenes.

```
> triple:=func(x);  
>> return 3*x;  
>> end;  
>  
> domacin:=func(x);  
>> return 2*x+5;  
>> end;  
>  
> domacin(-3);  
-1;  
> domacin(0);  
5;  
> domacin(1);  
7;  
> domacin(4);  
13;  
> cuad:=func(x);  
>> return x*x;  
>> end;  
>  
> cuad(-3);  
9;  
> cuad(0);  
0;  
> cuad(1);  
1;  
> cuad(4);  
16;
```

5) Iniciar el programa ISETL nuevamente e incluir el archivo “funciones” (tiene las implementaciones de las funciones anteriores pero con dominio Z).

```
> Z:=[-1000..1000];  
> doble:=func(x);  
>> if x in Z then return 2*x;  
>> end;  
>> end;  
> triple:=func(x);  
>> if x in Z then return 3*x;  
>> end;  
>> end;  
> cuad:=func(x);  
>> if x in Z then return x*x;  
>> end;  
>> end;  
> domacin:=func(x);  
>> if x in Z then return 2*x+5;  
>> end;  
>> end;
```

6) Evaluar en ISETL e interpretar los resultados:

Se tratará de hacer notar la importancia que tiene conocer el dominio de las funciones, ya que algunos valores devolverán un mensaje de error, que deberá ser interpretado por el alumno. De la misma forma se hará ver la diferencia entre el concepto de función como objeto matemático y el concepto más concreto para ellos de imagen.

```
doble(20);
doble(-30);
doble(a); (acá se hará notar la importancia de que el argumento esté en el dominio de la función)
doble(4.5);
doble; (en este momento se destaca la diferencia entre el concepto abstracto de función y el
concepto más claro para el alumno de imagen de un elemento del dominio)
```

```
> doble(20);
40;
> doble(-30);
-60;
> doble(4.5);
OM;
> doble(a);
OM;
> doble;
!func(1)!
```

7) Evaluar manualmente

```
triple(10);
cuad(10);
cuad(-10);
triple(3.5);
triple(3,5);
cuad(2/3);
triple(j);
domacin;
```

8) Realizar el 7) en ISETL y verificar los resultados.

```
> triple(10);
30;
> cuad(10);
100;
> cuad(-10);
100;
> triple(3.5);
OM;
> triple(3,5);

!Error: Too many arguments
> cuad(2/3);
OM;
> triple(j);
OM;
> domacin;
!func(4)!
```

Unidad 3. Cálculo proposicional

Esta parte es nueva para el alumno, trabajada desde el punto de vista matemático. Se trata de una introducción al concepto de valor de verdad de las afirmaciones, tan importante en las demostraciones y que induce a la reflexión, abstracción y generalización de distintas observaciones en matemática.

- **MATEMATICA**

Investigar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

$$2 < 1$$

$$10 > 5$$

$\text{triple}(2) > \text{triple}(1)$ (a partir de acá se combinan el concepto de imagen con el cálculo de la proposición)

$$\text{doble}(10) < \text{triple}(3)$$

$$\text{cuad}(-5) = \text{cuad}(5) \text{ (afirmando potencia con enteros negativos)}$$

$$\text{doble}(8) > \text{cuad}(4)$$

$$H \cap J = J \cap H \text{ (la propiedad conmutativa se cumple en la operación intersección)}$$

$$H - J = J - H \text{ (la propiedad conmutativa no se cumple en la operación diferencia)}$$

$$H < J \text{ (la relación de orden no está presente en los conjuntos)}$$

$$\#H < \#J$$

- **ISETL**

Evaluar en ISETL las proposiciones anteriores y verificar los resultados obtenidos.

```
> 2<1;
false;
> 10>5;
true;
> triple(2)>triple(1);
true;
> doble(10)<triple(3);
false;
> cuad(-5)=cuad(5);
true;
> doble(8)>cuad(4);
false;
>
> H inter J=J inter H;
true;
> H-J=J-H;
false;
> H<J;

!Error: Bad arguments in:
{2, 3, 0, 1, 4, 6, 5} <relation> {2, 0, 4, 6, 8, 12, 10};
> #H<#J;
false;
```

- **MATEMATICA**

Los operadores un tanto más abstractos and y or se pondrán a prueba en estos ejercicios.

Investigar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas

$\text{triple}(2) > \text{triple}(1)$ and $\text{doble}(4) < \text{triple}(2)$
 $\text{doble}(10) < \text{cuad}(4)$ or $\text{doble}(4) < \text{triple}(2)$
 $\text{triple}(4) > \text{triple}(3)$ and $\text{doble}(8) = \text{cuad}(4)$
 $\text{doble}(10) < \text{cuad}(4)$ or $\text{triple}(2) > \text{triple}(1)$

- ISETL

Evaluar las proposiciones anteriores en ISETL y verificar los resultados obtenidos.

```
> triple(2)>triple(1) and doble(4)<triple(2);  
false;  
> doble(10)<cuad(4) or doble(4)<triple(2);  
false;  
> triple(4)>triple(3) and doble(8)=cuad(4);  
true;  
> doble(10)<cuad(4) or triple(2)>triple(1);  
true;
```

Conclusión de la planificación.

Esta planificación es bastante ambiciosa para estudiantes de estos cursos. Deberá ser acompañada previamente de un intenso trabajo en clase para que los alumnos no se pierdan en cuestiones matemáticas que afecten al propio trabajo en ISETL. Los temas son todos nuevos para ellos, por lo que la claridad de los conceptos es fundamental antes de comenzar el trabajo en máquina.

De la misma forma, luego de trabajados los conceptos teóricamente, debería dedicarse una o dos clases para explicar el funcionamiento del programa y trabajar con algunas funciones predefinidas del mismo. También sería bueno realizar los ejercicios manuales (matemática) en clase para ir a la sala de máquinas específicamente a implementarlos en ISETL.

Los resultados del experimento en la práctica son una interesante interrogante para mí.