Asociación Matemática Venezolana
Escuela Venezolana de Matemáticas

XXVIII Escuela Venezolana de Matemáticas
Escuela de Matemática de América Latina y El Caribe - Venezuela 2015
Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes
Mérida, 30 de agosto al 4 de septiembre de 2015

• **Organización.**

COMITÉ CIENTÍFICO
Carlos Di Prisco, Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas.
Pedro Berrizbeitia, Universidad Simón Bolívar.
Manuel Maia, Universidad Central de Venezuela.
Stefania Marcantognini, Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas.
Julio Ramos, Universidad de Oriente.

COMITÉ ORGANIZADOR
Oswaldo Araujo, Universidad de Los Andes.
Stella Brassesco (Coordinadora), Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas.
Carlos Di Prisco, Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas.
Neptalí Romero, Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado.
Bladismir Ruíz, Universidad de Los Andes.
Carmen Judith Vanegas, Universidad Simón Bolívar.

• **Cursos para la XXVIII EVM y Emalca – Venezuela 2015**

CURSO I
Controlabilidad de ecuaciones de evolución semilineales.
Alexander Carrasco (Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado, Venezuela), Hugo Leiva (Universidad de Los Andes, Venezuela) y Jahnett Uzcátegui (Universidad de Los Andes, Venezuela).

MOTIVACIÓN Y OBJETIVOS:
El objetivo de este curso es introducir de manera rápida y elegante a estudiantes de los últimos semestres de la licenciatura en matemática, estudiantes de maestrias y doctorados en temas afines e investigadores en ciencias aplicadas al fascinante mundo de la teoría matemática de los sistemas de control. En tal sentido, concentraremos nuestra estudio en los sistemas de control gobernados por ecuaciones de evolución; es decir, ecuaciones que involucran a una función desconocida con sus derivadas. Una vez definido el concepto de controlabilidad, probaremos que este es equivalente a que cierto operador lineal o semilineal, dependiendo de la ecuación, tienen rango

denso. Esta equivalencia nos permitirá tratar el problema de la controlabilidad como un problema del análisis no lineal en general en espacios de Banach. Así, usando resultados conocidos sobre caracterizaciones de operadores sobreyectivo o con rango denso, y algunos teoremas de punto fijo, se obtienen resultados sobre controlabilidad exacta o aproximada.

<u>CONTENIDO:</u>

1. Preliminares:
1.1 Semigrupos de operadores fuertemente continuos
1.2 Una caracterización de semigrupos fuertemente continuos en espacios de Hilbert
1.3 El problema de valor inicial de Cauchy
1.4 Ecuación de evolución no lineal
1.5 Una caracterización de operadores de rango denso
1.6 Algunos teoremas de puntos fijos.

2. Controlabilidad de ecuaciones de evolución en espacios de dimensión finita
2.1. Controlabilidad de sistemas lineales no autónomos
2.2. Controlabilidad de sistemas lineales autónomos
2.3. Controlabilidad de sistemas semilineales
2.4. Controlabilidad de sistemas semilineales con impulsos

3. Controlabilidad de sistemas semilineales en espacios de dimensión infinita
3.1. Controlabilidad exacta de sistemas lineales
3.2. Controlabilidad aproximada de sistemas lineales
3.3. Robustez de la controlabilidad exacta
3.4. Robustez de la controlabilidad aproximada
3.5. Controlabilidad de sistemas semilineales
3.6. Controlabilidad de sistemas semilineales con impulsos

4. Aplicaciones a sistemas de control gobernados por ecuaciones en derivadas parciales
4.1. La ecuación del calor
4.2. La ecuación de la onda
4.3. La ecuación de la viga

5. Controlabilidad de sistemas semilineales discretos
5.1. Controlabilidad de sistemas lineales
5.2. Controlabilidad de sistemas semilineales
5.3. Aplicaciones

<u>BIBLIOGRAFÍA:</u>

1. Aammr-Khodja F. , Benabdllah A. , Gonzalez-BurgosM. and De Teresa L., *Recent Results on the Controllability of Linear Coupled Parabolic Problems: A Survey.* Mathematical Control and Related Fields, Vol. 1, N^{o} 3, 267-306 (2011).

2. Appell J., Leiva H. and Merentes N., *Nonlinear Spectral Theory and Controllability of Semilinear Evolution Equations*, Int. Journal of Evolution Equtions, Vol. 4, Number 2, 213-225

(2010).

3. Bárcenas D., Leiva H. and Sívoli Z., *A broad class of evolution equations are approximately controllable, but never exactly controllable*, IMA Journal of Mathematical Control and Information, Vol.22, 310-320 (2005).

4. A. Carrasco and H. Leiva, *Approximate Controllability of a System of Parabolic Equations with Delay* , J. Math. Anal. Appl. Vol. 345, 845-853 (2008).

5. A. Carrasco, H. Leiva and J. Sanchez, *Controllability of the Semilinear Beam Equation*, J. Dyn. Control Syst. Vol. 19, 553-568 (2013).

6. Curtain R.F. and Zwart H. J., *An introduction to Infinite Dimensional Linear Systems Theory*, Text in applied mathematics, Vol. 21. Springer Verlag, New York (1995).

7. De Teresa L.,*Approximate controllabity of a semilinear heat equation in* $\mathbb{R}^N$, Siam J. Control Optim. Vol. 36, No. 6, 2118-2147, (1998)

8. Gonzalez-Burgos M. and De Teresa L., *Controllability for Cascade System of* m *Coupled Parabolic PDEs by One Control Force*, Port.Math. Vol. 67, 91-113 (2010).

9. Lee E.B. and Markus L. , *Foundations of Optimal Control Theory*, Wiley, New York, 1967.

10. Leiva H., Merentes N. and Sánchez J., *A Characterization of Semilinear Dense Range Operators and Applications*, J. Abstract Analysis and Applications, Vol. 2013, Article ID 729093.

11. Leiva H., Merentes N. and Sánchez J. L., *Approximate Controllability of Semilinear Reaction Diffusion Equations*, Mathematical Control and Related Fields, Vol. 2, No. 2, 171-182 (2012).

12. Leiva H., *A necessary and sufficient algebraic condition for the controllability of thermoelastic plate equation*, IMA Journal of Control and Information, Vol. 35, 1-18 (2005).

13. Leiva H., *Exact controllability of the suspension bridge model proposed by Lazer and McKenna*, J. Math. Anal. Appl. Vol. 309, 404-419 (2005).

14. Leiva H. and Uzcátegui J., *Exact controllability of semilinear difference equation and application*, J. of Difference Equations and Applications, Vol. 14, No. 7, 671-679 (2008).

15. Li L. and Zhang X, *Exact controllability for semilinear wave equations*, J. Math. Anal. Appl., Vol. 250, 589-597 (1991).

16. Naito K., *Controllability of semilinear control systems dominated by the linear part*, Siam J. Control Optim. Vol. 25, No. 3, 715–722 (1987)

17. Protter M.H. , *Unique continuation for elliptic equations.* Transaction of the American Mathematical Society, Vol. 95, N^o 1, Apr., 1960.

18. Selvi S. and Mallika Arjunan M. , *Controllability Results for Impulsive Differential Systems with Finite Delay* J. Nonlinear Sci. Appl. Vol. 5, 206-219 (2012).

19. Smart J. D.R. , *Fixed Point Theorems.* Cambridge University Press (1974).

20. Zuazua E., *Exact controllability for semilinear wave equations in one space dimension*, Ann. Inst. Henri Poncare Anal. Non Lineaire, Vol. 10, No. 1, 109-129, (1993)

CURSO II

Introducción al análisis de series de tiempo con aplicaciones a la Econometría y Finanzas.

Abelardo Monsalve-Cobis y Pedro Harmath (Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado, Venezuela)

MOTIVACIÓN Y OBJETIVOS:

Una gran parte de las series de tiempo que se estudian se producen en el campo de la economía, donde estamos continuamente expuestos a diario a cotizaciones bursátiles o a las cifras mensuales de desempleo, inflación, producto interno bruto, precios del petróleo entre muchos otros indicadores. El enfoque general, es el dominio del tiempo, motivado de que la correlación entre puntos próximos por la presunción en el tiempo se explica mejor en términos de una dependencia del valor actual con los valores pasados.

Las series de tiempo han adquirido una importancia relevante como herramienta para el análisis teórico y práctico de la valoración de activos en el tiempo. Por ejemplo, el pronóstico de cambios en los precios de activos es un tema de investigación de gran interés. La teoría financiera así como las series de tiempo empíricas asociadas, están caracterizadas por un elemento de incertidumbre, característica clave que diferencia el análisis de series de tiempo en finanzas del análisis de series de tiempo tradicional. Por ello, la teoría y los métodos estadísticos desempeñan un papel importante en el análisis de las series de tiempo econométricas y financieras.

El objetivo principal de este curso es discutir las teorías básicas del análisis de series de tiempo y su implementación computacional a partir del paquete estadístico R (software de distribución libre) en series de datos de relevancia en la econometría financiera. Para ello, introduciremos algunos modelos econométricos simples, que serán de gran utilidad en las aplicaciones e implementación del análisis de series de tiempo.

Se espera que los participantes posean conocimientos de Probabilidades e Inferencia Estadística, así como tambiénn un conocimiento básico en el uso del computador.

CONTENIDO:

1. Rentabilidad y Activos Financieros.
1.1 Conceptos básicos
1.2 Rentabilidad de un activo
1.3 Propiedades de la rentabilidad de un activo

2. Modelos lineales.
2.1. Estacionariedad
2.2. El proceso ruido blanco
2.3. Modelos autorregresivos
2.4. Modelos de medias móviles

2.5. Modelos autorregresivos de medias móviles (ARMA)
2.6. Representaciones alternativas de un proceso ARMA

3. Modelos no estacionarios.
3.1. No estacionariedad en la varianza
3.2. No estacionariedad en la media
3.3. Test de raíz unitaria

4. Modelos Estacionales.

5. Modelos de memoria larga.

6. Modelos de heteroscedásticidad condicional.
6.1. Estructura de los modelos
6.2. El modelo autorregresivos heteroscedásticidad condicional (ARCH)
6.3. Modelos GARCH
6.4. Modelos EGARCH
6.5. Modelos IGARCH
6.6. Modelos GARCH-M
6.7. Modelo TGARCH
6.8. Modelo de volatilidad estocástica

7. Modelos no lineales.
7.1. Modelos SETAR
7.2. Modelos Markov Switching

Bibliografía:

1. Bollerslev, T., 1986. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. Journal of Econometrics 31, 307–327.

2. Box, G.E.P., Jenkins, G.M., Reinsel, G.C., 1994. Time Series Analysis: Forecasting and Control. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ. 3rd edition edition.

3. Brockwell, P.J., Davis, R.A., 1996. Time series: Theory and methods. Springer, New York. second edition edition.

4. Brockwell, P.J., Davis, R.A., 2002. Introduction to Time Series and Forecasting. Springer-Verlag, New York. second edition edition.

5. Dickey, D., Fuller, W., 1979. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. Journal of the American Statistical Association 74, 427–431.

6. Engle, R.F., 1982. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflations. Econometrica , 987–1007.

7. Fan, J., Yao, Q.W., 2003. Nonlinear Time Series. Springer, New York.

8. Hamilton, J.D., 1990. Analysis of time series subject to changes in regime. Journal of Econometrics 45, 30–70.

9. Mills, T., 1999. The Econometric Modelling of Financial Time Series. Cambridge University Press.

10. Tsay, R.S., 2005. Analysis of Financial Time Series. Jhon Wiley and Sons, New Jersey. Second edition.

11. Zhao, Z., 2008. Parametric and nonparametric models and methods in financial econometrics. Statistics Surveys 2, 1–42.

12. Zivot, E., Wang, J., 2006. Modeling Financial Time Series with S-PLUS. Springer.

CURSO III
Teoría Ergódica.
Eleonora Catsigeras y Alejandro Passeggi (Universidad de La República, Uruguay).

MOTIVACIÓN Y OBJETIVOS:
Introducir las definiciones y teoremas básicos de la Teoría Ergódica, exponer algunos tópicos avanzados, y plantear algunos problemas abiertos de la Teoría Ergódica de los Sistemas Dinámicos determinísticos a tiempo discreto. Es un curso de matemática pura. Los resultados básicos que se estudiarán son aplicables en su mayoría a cualquier sistema dinámico determinístico continuo, con énfasis en las dinámicas que evolucionan en espacios o variedades de dimensión finita, incluyendo aquellas que son diferenciables. El curso requiere conocimientos de Análisis Real (teoría de la medida e integración abstracta en espacios de medida) e Introducción a la Topología. Otros conocimientos previos recomendados aunque no excluyentes: Geometría Diferenciable y Riemanniana, Introducción a los Sistemas Dinámicos.

CONTENIDO:

1. FUNDAMENTOS DE LA TEORÍA ERGÓDICA
   - Existencia de medidas invariantes.
   - Lema de Poincaré medible y de recurrencia topológica.
   - Teorema ergódico de Birkhoff. Teorema ergódico subaditivo de Kingman (solo enunciado).
   - Ergodicidad. Teorema integral de descomposición ergódica (solo enunciado).
2. TEORÍA ERGÓDICA DE ATRACTORES DE SISTEMAS DINÁMICOS CONTINUOS
   - Atractor topológico y atractor de Milnor (definición y ejemplos).
   - Atractor ergódico de Pugh-Shub, medidas SRB o físicas (definiciones y ejemplos).
   - Atractor estadístico de Ilyashenko y medidas SRB-like (definiciones, ejemplos y teorema de existencia)
3. TEORÍA ERGÓDICA DE ATRACTORES DE SISTEMAS DINÁMICOS DIFERENCIABLES
   - Puntos regulares,exponentes de Liapunov, Teorema de Oseledets (enunciado general, demostración en dimensión 1).

- Región de Pesin. Subvariedades invariantes. Continuidad absoluta de foliaciones invariantes (solo enunciados).
- Relaciones entre medidas SRB y continuidad absoluta de medidas condicionales (solo enunciados y ejemplos).
- Teorema de Sinai-Ruelle-Bowen: existencia de medidas físicas (SRB) para atractores unif, hiperbólicos (enunciados, ruta de la demostración y planteo de algunos de los problemas abiertos relacionados).

4. Entropía y fórmula de Pesin

- Entropía métrica y topológica. definiciones, interpretación, propiedades y ejemplos.
- Expansividad. Definición y ejemplos. Principios variacionales de la entropía (solo enunciados).
- Desigualdad de Ruelle para la entropía métrica (solo enunciado).
- Fórmula de Pesin para la entropía métrica. Mapas expansores (definiciones y ejemplos).
- Relación entre fórmula de Pesin, los EQ (estados de equilibrio respecto al potencial $-det\, Df$) y las medidas SRB (enunciados, demostración de alguno de los resultados en dimensión 1 y planteo de algunos de los problemas abiertos relacionados).

Bibliografía:

1. Peter Walters. *An Introduction to Ergodic Theory*, Springer. New York-Heidelberg-Berlin, 2000
2. Ricardo Mañé. *Ergodic theory and differentiable dynamics*, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete Vol. 3, Springer–Verlag, Berlin– Heidelberg–New York–Tokyo, 1987
3. Luis Barreira and Yakov Pesin. *Lyapunov Exponents and Smooth Ergodic Theory*, University Lectures Series Vol. 23, Amer. Math Soc, Providence 2001
4. Gerald Keller. *Equilibrium States in Ergodic Theory*, London Math. Soc. Texts, Vol. 42, Cambridge University Press, Cambridge, 1998
5. Yu. S. Ilyashenko. Minimal attractors, Proceedings of EQUADIFF 2003, International Conference on Differential Equations in Husselt, Belgium, pp. 421–428, World Scientific Publishing, Singapore, 2005
6. E. Catsigeras, H. Enrich. *SRB-like measures for C^0 dynamics*, Bull. Polish Acad. of Scienc.Math. Vol.59, 2011, pp. 151–164, 2011

Curso IV

Teoría de Hipergrupos, problemas de Sturm-Liouville y polinomios ortogonales.

Yamilet Quintana (Universidad Simón Bolívar, Venezuela).

Motivación y Objetivos:

La teoría de hipergrupos fue introducida independientemente por Dunkl [4], Jewett [8] y Spector [11] en los años 70's. Esta teoría permitió generalizar los conceptos de grupos localmente compactos con el propósito de hacer un análisis armónico estándar. Más tarde, resultados de análisis armónico sobre hipergrupos pudieron ser utilizados en diferentes aplicaciones. Por ejemplo, un teorema de Bochner es usado esencialmente en el contexto de procesos débilmente estacionarios indexados por hipergrupos (cfr. [7] y las referencias allí sugeridas), la estructura de hipergrupo es también fuertemente usada en Probabilidad [1] y en Aproximación con respecto a sucesiones de polinomios ortogonales (ver [6,7,10]).

Este curso de carácter introductorio, está inspirado en una serie de charlas dictadas por A. L. Schwartz en 1995 en ocasión de la realización del congreso *Harmonic Analysis and Hypergroups* [10], y, a través de él se pretende que el participante se familiarice con las relaciones existentes entre hipergrupos, problemas de Sturm-Liouville y polinomios ortogonales estándar y de Sobolev. Intentaremos hacer enfásis en las relaciones entre hipergrupos y polinomios ortogonales de Sobolev, incluyendo algunos resultados que hasta donde la autora conoce no están disponibles en la literatura.

Los objetivos del curso son:

- Estudiar, de manera general, algunos resultados de la Teoría de hipergrupos.
- Estudiar condiciones necesarias y suficientes para garantizar que los caracteres de un hipergrupo sean las autofunciones de un cierto problema de Sturm-Liouville.
- Presentar distintos ejemplos de hipergrupos polinomiales continuos y discretos, tanto en el caso estándar como en el caso Sobolev.

Contenido:

1. Sistemas de polinomios ortogonales estándar sobre la recta real y sus principales propiedades algebraicas y analíticas.
2. Hipergrupos y problemas de Sturm-Liouville. Ejercicios propuestos.
3. Polinomios ortogonales estándar e Hipergrupos. Ejercicios propuestos.
4. Polinomios ortogonales de Sobolev e Hipergrupos. Ejercicios propuestos.

Bibliografía:

1. W. R. Bloom and H. Heyer, *Harmonic analysis of probability measures on hypergroup*. de Gruyter, Berlin, 1995.
2. T. S. Chihara, *An Introduction to Orthogonal Polynomials*. Gordon and Breach, Science Publishers, Inc. New York, 1978.
3. W. C. Connet, C. Markett, A. L. Schwartz, Convolution and hypergroup structure associated with a class of Sturm-Liouville systems. Trans. Amer. Math. Soc. 332 (1992), 365–390.

4. C. Dunkl, The measure algebra of a locally compact hypergroup. Trans. Amer. Math. Soc. 179 (1973), 331–348.

5. F. Filbir, R. Lasser and J. Obermaier, *Summation kernels for orthogonal polynomials*, in: Hand-book on analytic-computational methods in applied mathematics (ed. G. Anastassiou) (Chapman and Hall, Boca Raton, 2000) pp. 709–749.

6. R. Lasser, Orthogonal polynomials and hypergroups. Rend. Mat. (7) 3 (1983), 185–209.

7. R. Lasser, J. Obermaiere, H. Rauhut, Generalized hypergroups and orthogonal polynomials. J. Aust. Math. Soc. 82 (2007), 369–393.

8. R. I. Jewett, Spaces with an abstract convolution of measures. Adv. Math. 18 (1975), 1–101.

9. F. Marcellán, Y. Quintana, *Polinomios ortogonales no-estándar. Propiedades algebraicas y analíticas.* XXII Escuela Venezolana de Matemáticas. Ediciones IVIC. Caracas, Venezuela, 2009.

10. A. L. Schwartz, *Three lectures on Hypergroups. Delhi, December 1995*, in: Harmonic Analysis and Hypergroups Trends in Mathematics (eds. K. A. Ross et al.) Proceedings Delhi 1995. Birkhauser 1998.

11. R. Spector, *Apercu de la Théorie des Hypergroupes.* Lecture Notes in Math.. Vol. 497 (Analyse Harmonique sur les Groupes de Lie, Sem. Nancy-Strasbourg 1973–1975) (Springer, Berlin, 1975).

12. G. Szegő, *Orthogonal Polynomials.* Coll. Publ. Amer. Math. Soc. **23**, (4th ed.), Providence, R.I., 1975.

• **Conferencia inaugural**

Matemática, Arte y Arquitectura

Mauricio Orellana Chacín, Universidad Central de Venezuela.

Resumen: Se presentan la matemática, las artes y la arquitectura como herramientas útiles en la divulgación y aprendizaje de la matemática. Serán abordadas tres componentes fundamentales: la primera, presenta las diversas actividades que desempeñan los matemáticos y los docentes de matemática en cuanto a la parte conceptual, lo aplicado y lo pedagógico; la segunda, está enfocada hacia la matemática aplicada y vinculaciones de la matemática con otras áreas y, por último, la belleza de las obras de arte desde el punto de vista matemático. Para esto, se expone una gran variedad de ejemplos que vinculan la matemática y el arte.

• **Participantes**

Se esperán, como de costumbre, participantes de diferentes regiones del país y algunos participantes de países vecinos. En la recién concluida edición participaron un poco más de 100 personas, número en el rango promedio. Hasta el 2014 se han dictado un total de 111 cursos, muchos de los libros que soportan esos cursos están digitalizados y disponibles en el sitio web `http://cea.ivic.gob.ve/evm`

• **Financiamiento**

El financiamiento de la Escuela Venezolana de Matemáticas se obtiene de diversas fuentes: Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas (Centro de Estudios Avanzados, Departamento de Matemáticas y Ediciones IVIC), Universidad de Los Andes (Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Consejo de Desarrollo Científico Humanístico, Tecnológico y de las Artes, Vicerrectorado Administrativo, CODEPRE, Comisión de Estudios de Postgrado y Postgrado de Matemáticas), Academia de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales de Venezuela, Banco Central de Venezuela, Fondo Nacional para la Ciencia, Tecnología e Innovación y Centre International de Mathématiques Pures et Appliquées (CIMPA).

• **Alojamiento**

La ciudad de Mérida, sede de la escuela, ofrece importante infraestructura de alojamiento: diversidad de posadas económicas y buena oferta de alquiler semanal de apartamentos amoblados (opción muy empleada por los estudiantes para abaratar costos de alojamiento y alimentación).

• **Responsables ante Comisión de las Emalcas y CIMPA**

Stella Brassesco y Carlos Di Prisco.